МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

до вивчення дисципліни

# „МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА”

для студентів

фізико-математичного факультету

*Рекомендовано методичною радою НТУУ „КПІ”*

Київ
НТУУ „КПІ”
2010

Методичні вказівки до вивчення дисципліни „молекулярна фізика” для студентів фізико-математичного факультету / Уклад.: В.К. Ковальов, С.О. Решетняк, П.О. Юрачківський. – К.: НТУУ «КПІ», 2010. – 59 с.

*Гриф надано Методичною радою НТУУ „КПІ”*

(*Протокол № 10 від 17.06.2010 р.)*

Навчальне видання

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**
**до вивчення дисципліни**
**„Молекулярна фізика”**

для студентів фізико-математичного факультету

Укладачі: *Ковальов Віктор Климентійович,* ст. викл.
*Решетняк Сергій Олександрович,* д-р фіз.-мат. наук, проф.,
*Юрачківський Павло Опанасович,* канд. фіз.-мат. наук, доцент.

Відповідальний
редактор *М.Г. Мусієнко,* канд. фіз.-мат. наук, доцент

Рецензент: *Л.П. Гермаш,* д-р техн. наук, проф.

*За редакцією укладачів*

Надані основні теоретичні положення молекулярної фізики, приклади розв'язання задач та завдання для самостійної роботи студентів.

Розв'язування задач є важливим етапом у вивченні фізики, який допомагає краще усвідомити зміст фізичного явища, дає можливість навчитися знаходити оптимальний спосіб вирішення досить складних фізичних та технічних проблем, а також можливість оцінювати реальність кінцевого результату шляхом порівняння його з загально відомими характеристиками та величинами.

## ЗМІСТ

## РІВНЯННЯ СТАНУ ГАЗУ

❖ Рівняння стану ідеального газу:

$$pV = \frac{m}{M} RT,$$

де $M$ – молярна маса (маса одного моля).

❖ Барометрична формула:

$$p = p_0 \exp\left(-Mgh/RT\right),$$

де $p_0$ – тиск на висоті $h = 0$.

❖ Рівняння стану ван-дер-ваальсового газу (для одного моля):

$$\left(p + \frac{a}{V_M^2}\right)\left(V_M - b\right) = RT,$$

де $V_M$ – молярний об'єм, який займає газ при даних $p$ і $T$.

* * *

**Задача 1.1.** У посудині, об'єм якої $V = 30$ л, міститься ідеальний газ при температурі $0°C$. Після того, як частина газу була випущена назовні, тиск у посудині знизився на $\Delta p = 0,76$ атм без зміни температури. Знайти масу випущеного газу. Густина даного газу за нормальних умов $\rho_0 = 1,3\ г/л$.

**Розв'язання.**

З рівняння стану ідеального газу випливає:

$$\left.\begin{array}{l} p_0 V = \dfrac{m}{M} RT_0, \\ \left(p_0 - \Delta p\right)V = \dfrac{m - \Delta m}{M} RT_0 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \frac{p_0 - \Delta p}{p_0} = \frac{m - \Delta m}{M} \Rightarrow \quad \Delta m = \frac{m\Delta p}{p_0},$$

але $m = \rho_0 V$, тому

$$\Delta m = \frac{\rho_0 V \Delta p}{p_0} = 30,4\ г.$$

**Задача 1.2.** Газ з молярною масою $M$ може знаходитися під тиском $p$ між двома однаковими горизонтальними пластинами. Температура газу росте лінійно від $T_1$ біля нижньої пластини до $T_2$ біля верхньої. Об'єм газу між пластинами дорівнює $V$. Знайти його масу.

**Розв'язання.**

Умова лінійності $T(x)$:

$$T = T_1 + kx. \qquad (1)$$

Оскільки, відповідно до цього рівняння,

$$T_2 = T_1 + kd,$$

де $d$ – відстань між пластинами, отримуємо:

$$k = \frac{T_2 - T_1}{d}.$$

З рівняння стану ідеального газу:

$$p = \frac{\rho}{M} RT,$$

де $\rho = m/V$ – густина повітря. Отже

$$\rho = \frac{pM}{RT}.$$

Маса нескінченно тонкого шару $dx$ повітря між пластинами

$$dm = \rho dV = \frac{pM}{RT} \cdot S \cdot dx,$$

де $S$ – площа пластини. Останнє, згідно з (1), запишемо:

$$dm = \rho dV = \frac{pMS}{R} \cdot \frac{dx}{kx + T_1}.$$

Інтегруючи це рівняння від 0 до $d$, дістанемо:

$$m = \int_0^d \frac{pMS}{R} \cdot \frac{dx}{kx + T_1} = \frac{pMS}{R} \cdot \frac{1}{k} \ln(kx + T_1)\Big|_0^d = \left\{ k = \frac{T_2 - T_1}{d}, S \cdot d = V \right\} =$$

$$= \frac{pMV}{R(T_2 - T_1)} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

**Задача 1.3.** Посудина об’ємом $V = 20$ л. містить суміш водню та гелію при температурі $t = 20^\circ$C і тиску $p = 2{,}00$ атм. Маса суміші $m = 5{,}0$ г . Знайти відношення маси водню до маси гелію у даній суміші.

**Розв’язання.**

Комбінуючи закон Дальтона для тиску суміші газів $p = \sum\limits_n p_n$ з рівнянням стану ідеальних газів, легко дістаємо:

$$\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} = \frac{pV}{RT}. \qquad (1)$$

Приймемо, що $m_1$ – маса водню, $m_2$ – маса гелію. Оскільки $m = m_1 + m_2$, то (1) можна записати у двох варіантах:

$$\frac{m_1}{M_1} + \frac{m - m_1}{M_2} = \frac{pV}{RT}, \qquad (2)$$

$$\frac{m - m_2}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} = \frac{pV}{RT}. \qquad (3)$$

З (2) випливає:

$$m_1 = \frac{-pV/RT + m/M_2}{1/M_2 - 1/M_1}, \qquad (4)$$

З (3) випливає:

$$m_2 = \frac{pV/RT + m/M_1}{1/M_2 - 1/M_1}. \qquad (5)$$

З (4) та (5) дістаємо:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1 - a/M_2}{a/M_1 - 1}, \qquad (6)$$

де $a \equiv \dfrac{mRT}{pV}$.

Підставимо у (6) числові дані, дістанемо:

$m_1 / m_2 = 0{,}50$.

**Задача 1.4.** Густина повітря при температурі 0ºС і тиску 760 мм. рт. ст. дорівнює 0,001293 г/см$^3$. Визначити масу одного літра повітря при температурі 27,3ºС і тиску 750 мм. рт. ст.

**Розв'язання.**

З рівняння стану ідеального газу маємо для нормальних умов:

$$\rho_0 = \frac{p_0 m}{RT_0}, \qquad (1)$$

для умови задачі:

$$\rho = \frac{pm}{RT}. \qquad (2)$$

З (1) і (2) випливає:

$$\rho = \rho_0 \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T},$$

$$m = \rho V = \rho_0 \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T} V = 1{,}16 \text{ г.}$$

**Задача 1.5.** Поршневим повітряним насосом відкачують посудину об'ємом $V$. За один цикл (хід поршня) насос захоплює об'єм $\Delta V$. Через скільки циклів тиск у посудині зменшиться у $\eta$ разів? Процес вважати ізотермічним, а газ – ідеальним.

**Розв'язання.**

Нехай початковий тиск у камері насоса – $p_1$, а об'єм камери $V$. При розширенні газу до об'єму $V+\Delta V$, тиск зменшується до $p_2$. За законом Бойля-Маріотта:

$$p_1 V = p_2 (V + \Delta V) \Rightarrow \quad p_2 = p_1 \frac{V}{V + \Delta V}.$$

Друге розширення починається з тиску $p_2$ і об'єму $V$, тому:

$$p_2 V = p_3 (V + \Delta V) \Rightarrow \quad p_3 = p_2 \frac{V}{V + \Delta V} = p_2 \left( \frac{V}{V + \Delta V} \right)^2,$$

Після $n$-го циклу:

$$p_n = p_1\left(\frac{V}{V+\Delta V}\right)^n$$

$$\eta = \frac{p_1}{p_n} = \left(\frac{V+\Delta V}{V}\right)^n ;\Rightarrow \quad n = \frac{\ln\eta}{\ln\left(1+\dfrac{\Delta V}{V}\right)}.$$

**Задача 1.6.** Швидкість відкачки обертового масляного насоса $k = 150\,\text{см}^3/\text{с}$. Скільки потрібно буде часу, щоб колбу об'ємом $V = 5\,\text{л}$ відкачати від нормального атмосферного тиску до тиску в $1\cdot10^{-3}$ мм. рт. ст.?

**Розв'язання.**

Будемо вважати процес ізотермічним. Тоді:

$$d(pV) = 0, \quad pdV + Vdp = 0; \quad \frac{dp}{p} = -\frac{dV}{V}.$$

За умовою, $dV = kdt$, тому

$$\frac{dp}{p} = -\frac{kdt}{V}, \quad \int_{p_0}^{p}\frac{dp}{p} = -\frac{k}{V}\int_0^t dt, \text{ або}$$

$$\ln\frac{p}{p_0} = -\frac{k}{V}t, \quad t = \frac{V}{k}\ln\frac{p}{p_0}, \quad t = 370\,\text{с}.$$

**Задача 1.7.** Знайти максимально можливу температуру ідеального газу в процесі, що відбувається за законом $p = p_0 - \alpha V^2$, де $p_0, \alpha$ - додатні сталі, $V$ - об'єм моля газу.

**Розв'язання.**

$$pV = RT \Rightarrow \quad \left(p_0 - aV^2\right)V = RT$$

Умова максимуму $\left[\left(p_0 - \alpha V^2\right)V\right]' = 0$ дає:

$$-2\alpha V\cdot V + p_0 - \alpha V^2 = 0 \Rightarrow \quad p_0 = 3\alpha V^2 \Rightarrow \quad V = \sqrt{\frac{p_0}{3\alpha}},$$

$$T_{\max} = \frac{1}{R}\left(p_0 - \frac{p_0}{3}\right)\sqrt{\frac{p_0}{3\alpha}} = \frac{2p_0}{3R}\sqrt{\frac{p_0}{3\alpha}}.$$

**Задача 1.8.** Визначити найменший можливий тиск ідеального газу в процесі, що відбувається за законом $T = T_0 + \alpha V^2$, де $T_0, \alpha$ - додатні сталі, $V$ - об'єм моля газу. Зобразити приблизний графік цього процесу в параметрах $p, V$.

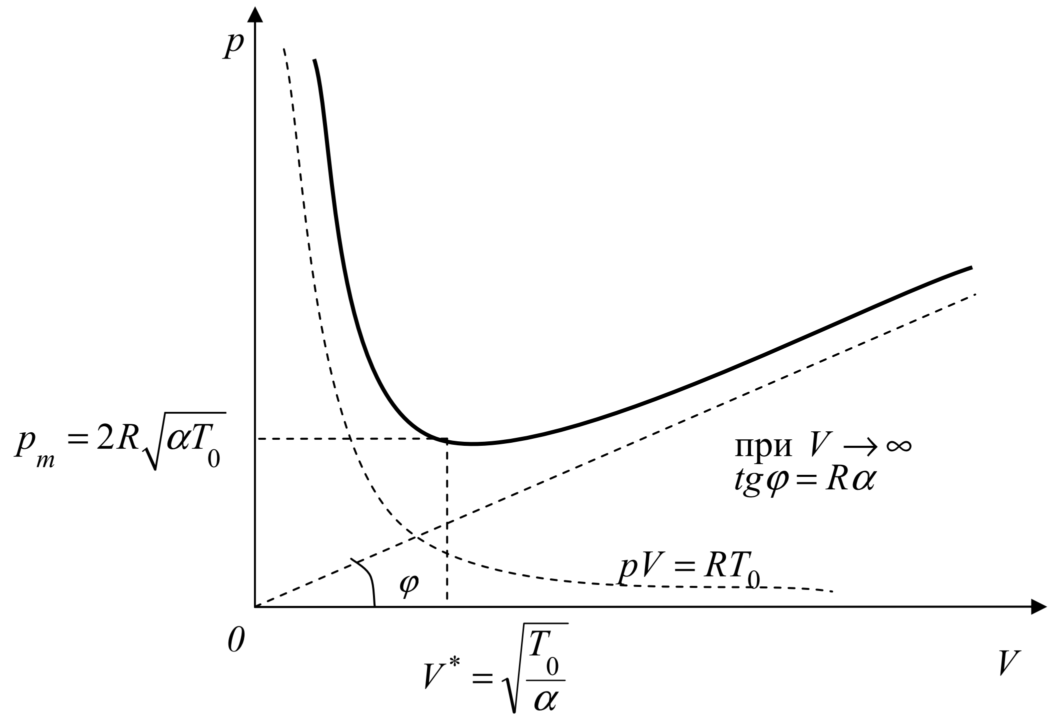
**Розв'язання.**

$$pV = RT = R\left(T_0 + aV^2\right)V \Rightarrow \quad p = \frac{R\left(T_0 + \alpha V^2\right)}{V} = R\left(\frac{T_0}{V} + \alpha V\right).$$

Умова мінімуму $p'(V_*) = 0$, дає:

$$-\frac{T_0}{V_*^2} + \alpha = 0, \quad V_* = \sqrt{\frac{T_0}{\alpha}},$$

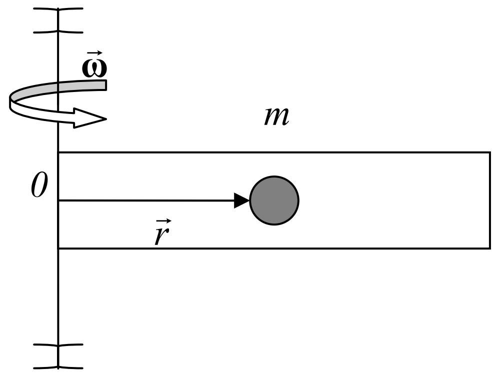
$$p_{\min} = R\left(\frac{T_0}{\sqrt{T_0/\alpha}} + \alpha\sqrt{\frac{T_0}{\alpha}}\right) = 2R\sqrt{\alpha T_0}.$$




**Задача 1.9.** Горизонтальний циліндр, закріплений з одного кінця, обертається зі сталою кутовою швидкістю $\omega$ навколо вертикальної осі, що проходить через відкритий кінець циліндра. Тиск повітря зовні $p_0$, температура $T$, молярна маса повітря $M$. Знайти тиск повітря як функцію відстані $r$ від осі обертання. Молярну масу вважати незалежною від $t$.

**Розв’язання.**

В обертовій (тобто неінерціальній) системі з початком координат у точці $O$ на молекулу $m$ діє відосьова сила:




$$F = m\omega^2 r$$

(аналог сили тяжіння, що притягує частинку до дна трубки).

Для потенційної енергії частинки маємо:

$$dU = -Fdr = -m\omega^2 rdr \Rightarrow \quad U = -\frac{m\omega^2 r^2}{2}.$$

За барометричною формулою:

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{U}{kT}\right) = p_0 \exp\left(\frac{m\omega^2 r}{2kT}\right) = p_0 \exp\left(\frac{M\omega^2 r}{2RT}\right).$$

**Задача 1.10.** Якому тискові необхідно піддати вуглекислий газ при температурі $T = 300$ К, щоб його густина стала рівною $\rho = 500$ г/л? Розрахунок провести як для ідеального газу, так і для ван-дер-ваальсового.

**Розв’язання.**

1) Ідеальний газ.

$$pV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow \quad p = \frac{\rho RT}{M} = 280\,\text{атм}.$$

2) Ван-дер-ваальсов газ.

$$\left(p + \frac{a}{V_M^2}\right)\left(V_M - b\right) = RT \Rightarrow \quad p = \frac{RT}{V_M - b} - \frac{a}{V^2}. \qquad (1)$$

Помножимо чисельник і знаменник першого доданку на $\rho$, а другого на $\rho^2$, і зауваживши, що $pV_M = M$, з (1) дістанемо:

$$p = \frac{\rho RT}{M - b\rho} - \frac{p^2 a}{M^2}. \qquad (2)$$

З таблиць обираємо для $CO_2$ : $M = 44$ г/моль, $a = 0{,}367\,(\text{Па}\cdot\text{м}^2)$/моль, $b = 43\cdot 10^{-6}$ м$^3$/моль.

З виразів (1) та (2) знаходимо $p = 80$ атм.

## ПЕРШЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМІКИ. ТЕПЛОЄМНІСТЬ.

- Перше начало термодинаміки:

$$Q = \Delta U + A\,.$$

- Робота, виконана газом:

$$A = \int p dV\,.$$

- Внутрішня енергія ідеального газу:

$$U = \frac{m}{M} C_V T = \frac{m}{M}\frac{RT}{\gamma - 1} = \frac{pV}{\gamma - 1}\,.$$

- Внутрішня енергія одного моля ван-дер-ваальсового газу:

$$U = C_V T - \frac{a}{T_M}\,.$$

* * *

**Задача 2.1.** Показати, що внутрішня енергія $U$ повітря в кімнаті не залежить від температури, якщо зовнішній тиск $p$ сталий. Обчислити $U$, якщо $p$ дорівнює нормальному атмосферному тискові в об'ємі кімнати $V = 40$ м$^3$.

**Розв'язання.**

<u>*Перший спосіб:*</u>

Енергія одиниці маси повітря $u = C_V T$, де $C_V$ – питома теплоємність. Енергія одиниці об'єму – $u_1 = \rho \cdot u$, де $\rho$ – густина повітря. З рівняння стану ідеального газу, випливає $\rho = \dfrac{Mp}{RT}$,

де – $M$ молярна маса, тому:

$$u_1 = \frac{Mp}{RT} C_V T = \frac{MpC_V}{R}\,,$$

а енергія в об'ємі кімнати V:

$$U = u_1 V = \frac{MpVC_V}{R}\,.$$

За сталого тиску $p$ від $T$ не залежить. Для обчислення енергій $U$ зручно використати формулу:

$$U = \frac{pV}{\gamma - 1},$$

Коефіцієнт Пуассона для повітря $\gamma = 1{,}4$. Підставляючи у останню формулу числові значення, дістанемо $U = 10$ МДж.

*<u>Другий спосіб:</u>*

Енергія повітря в кімнаті $U = N < \varepsilon >$, де $< \varepsilon >$ - середня енергія теплового руху молекул, $N$ – число молекул у кімнаті, $N = nV$, де $n$ – концентрація молекул. Згідно з кінетичною теорією газів: $< \varepsilon >= \frac{i}{2} kT$, де $i$ – число ступенів свободи. Отже $U = nV < \varepsilon >$, а оскільки з рівняння стану $n = \frac{p}{kT}$, то

$$U = \frac{p}{kT} V \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} pV,$$

тобто не залежить від *T*. Для молекул повітря $i = \frac{5}{2}$, тому

$$U = \frac{5}{2} pV = \frac{5}{2} \cdot 10^5 \cdot 40 = 10 \text{МДж}.$$

**Задача 2.2.** Два теплоізольованих балони 1 і 2 наповнені повітрям і з’єднані короткою трубкою з краном. Відомі об’єми балонів, а також тиск і температура повітря в них: $(V_1, p_1, T_1)$ та $(V_2, p_2, T_2)$. Знайти температуру і тиск повітря, які встановляться після відкриття крану.

**Розв’язання.**

Нехай $m_1$ і $m_2$ - маси 1-го та 2-го газів, їх температури до з’єднування $T_1$ та $T_2$. З рівняння теплового балансу $Cm_1(T_1 - T) = Cm_2(T - T_2)$ дістанемо:

$$T = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}.$$

Користуючись виразами, отриманими з рівняння стану:

$$m_1 = \frac{p_1 V_1 M}{R T_1}, \quad m_2 = \frac{p_2 V_2 M}{R T_2},$$

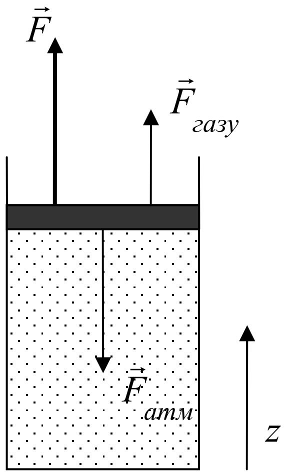
шляхом елементарних перетворень дістанемо:

$$T = \frac{(p_1 V_1 + p_2 V_2) T_1 T_2}{p_1 V_1 T_2 + p_2 V_2 T_1} .$$

Скориставшись знову рівнянням стану газу, дістанемо:

$$p = \frac{(m_1 + m_2) R T}{M (V_1 + V_2)} = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2} .$$

**Задача 2.3.** У вертикальному циліндрі під невагомим поршнем знаходиться один моль деякого ідеального газу при температурі *T*. Простір над поршнем сполучається з атмосферою. Яку роботу необхідно виконати, щоб, вільно підіймаючи поршень, ізотермічно збільшити об'єм газу під ним в *n* разів? Тертям знехтувати.




**Розв'язання.**

Векторна сума всіх сил, які діють на поршень, дорівнює нулю: $\sum \vec{F} = 0$, або в проекціях на вісь $z$:

$$F = F_{атм} - F_{газу} .$$

Елементарна робота цих сил:

$$F dx = F_{атм} dx - F_{газу} dx .$$

Далі, помноживши цю рівність на площу поршня $S$ і проінтегрувавши від $V_1$ до $V_2$, дістаємо:

$$A = p(V_2 - V_1) - \int_{V_1}^{V_2} p_{газу} d(Sdx) =$$

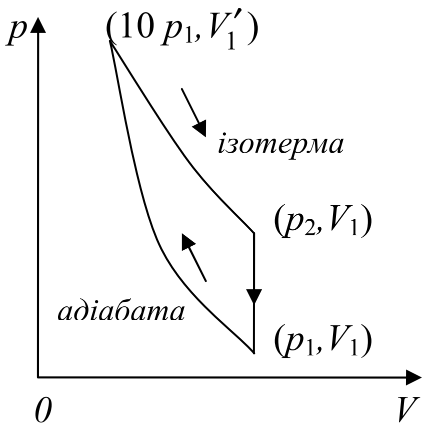
$$= p(V_2 - V_1) - \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V} dV = p(V_2 - V_1) - RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Оскільки, за умовою, $V_2 = nV_1$, то

$$A = pV_1(n-1) - RT \ln n = RT(n - 1 - \ln n).$$

**Задача 2.4.** Деяку кількість одноатомного ідеального газу стискають адіабатично доти, поки тиск не перевищить початковий тиск у 10 разів. Потім газ розширяється ізотермічно до початкового об'єму. У скільки разів кінцевий тиск $p_2$ газу перевищує початковий тиск $p_1$ ?

**Розв'язання.**




По адіабаті:

$$p_1 V_1^{\gamma} = 10 p_1 \left(V_1'\right)^{\gamma} \Rightarrow \frac{V_1'}{V_1} = 10^{-\frac{1}{\gamma}},$$

По ізотермі:

$$10 p_1 V_1' = p_2 V_2 \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = 10 \frac{V_1'}{V_1},$$

тоді

$$\frac{p_2}{p_1} = 10^{1-\frac{1}{\gamma}}.$$

Для одноатомного газу:

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{5}{3} \Rightarrow 1 - \frac{1}{\gamma} = 1 - \frac{3}{5} = 0{,}4,$$

тому

$$\frac{p_2}{p_1} = 10^{0,4} = 2{,}51.$$

**Задача 2.5.** Об'єм моля ідеального газу з показником адіабати $\gamma$ змінюють за законом $V = a/T$, де $a$ – стала. Знайти кількість тепла, отриманого газом у цьому процесі, якщо його температура зазнає приросту $\Delta T$.

**Розв'язання.**

$$Q = \Delta U + A,$$

$$U = \frac{RV}{\gamma - 1} = \frac{pa}{(\gamma - 1)T} = \frac{RT}{\gamma - 1}, \quad p = \frac{RT^2}{a}.$$

$$A = \int p dV = \int_{T_1}^{T_2} \frac{pa}{(\gamma - 1)T}\left(-\frac{a}{T^2}\right) dT = -R\left(T_2 - T_1\right) = -R\Delta T,$$

$$\Delta U = \frac{R\Delta T}{\gamma - 1},$$

$$Q = \frac{R\Delta T}{\gamma - 1} - R\Delta T = R\Delta T\left(\frac{2 - \gamma}{\gamma - 1}\right).$$

**Задача 2.6.** Ідеальний газ з показником адіабати $\gamma$ розширили за законом $p = \alpha V$, де $\alpha$ – стала. Початковий об'єм газу $V_0$. В результаті розширення об'єм збільшився в $\eta$ разів. Знайти:

а) приріст внутрішньої енергії газу;

б) роботу, виконану газом;

в) молярну теплоємність газу в цьому процесі.

**Розв'язання.**

а) $$U = \frac{pV}{\gamma - 1} = \frac{\alpha V^2}{\gamma - 1}; \quad U_0 = \frac{\alpha V_0^2}{\gamma - 1} \Rightarrow$$

$$\Delta U = U - U_0 = \frac{\alpha}{\gamma - 1}\left(V^2 - V_0^2\right) = \frac{\alpha V_0^2}{\gamma - 1}\left(\eta^2 - 1\right).$$

б) $$A = \int_{V_0}^{V} p dV = \int_{V_0}^{V} \alpha V dV = \frac{\alpha}{2}\left(V^2 - V_0^2\right) = \frac{\alpha V_0^2}{2}\left(\eta^2 - 1\right).$$

в) $C = C_V + \frac{dA}{dT}$; але $\frac{dA}{dT} = p\frac{dV}{dT} = \frac{\alpha V dV}{dT} \Rightarrow$

$$pV = RT \Rightarrow \alpha V^2 = RT \Rightarrow 2\alpha V dV = RdT \Rightarrow \frac{\alpha V dV}{dT} = \frac{R}{2}.$$

Отже, $C = C_V + \frac{R}{2}$.

**Задача 2.7.** Знайти молярну теплоємність ідеального газу як функцію об'єму $V$, якщо газ виконує процес за законом:

а) $T = T_0 e^{\alpha V}$; б) $p = p_0 e^{\alpha V}$, де $T_0, p_0, \alpha$ – сталі.

Молярна теплоємність цього газу $C_V$ відома.

**Розв'язання.**

а) $T = T_0 e^{\alpha V}$, (1)

$$C = C_V + \frac{dA}{dT} = C_V + p\frac{dV}{dT}, \quad (2)$$

З (1) випливає, що

$$dT = \alpha T_0 e^{\alpha V} dV \Rightarrow \frac{dV}{dT} = \frac{e^{-\alpha V}}{\alpha T_0},$$

а оскільки

$p = \frac{RT}{V}$, то

$$p\frac{dV}{dT} = \frac{RT}{V}\frac{e^{-\alpha V}}{\alpha T_0} = \frac{RT_0 e^{\alpha V}}{V}\frac{e^{-\alpha V}}{\alpha T_0} = \frac{RT}{\alpha V},$$

Підставивши цей вираз у (2), дістанемо:

$$C = C_V + \frac{R}{\alpha V}.$$

б) $p = p_0 e^{\alpha V}$,

$$C = C_V + p\frac{dV}{dT} = C_V + p_0 e^{\alpha V}\frac{dV}{dT},$$

а оскільки

$$V=\frac{RT}{p}=\frac{RT}{p_0e^{\alpha V}}, \text{ то } Ve^{\alpha V}=\frac{RT}{p_0},$$

і, диференціюючи останній вираз, отримуємо:

$$dV\left(e^{\alpha V}+\alpha Ve^{\alpha V}\right)=\frac{RdT}{p_0}\Rightarrow\ e^{\alpha V}dV(1+\alpha V)=\frac{RdT}{p_0};$$

$$\frac{dV}{dT}=\frac{R}{p_0}\frac{e^{-\alpha V}}{1+\alpha V};$$

$$p\frac{dV}{dT}=p_0e^{\alpha V}\frac{R}{p_0}\frac{e^{-\alpha V}}{1+\alpha V}=\frac{R}{1+\alpha V};$$

$$C=C_V+\frac{R}{1+\alpha V}.$$

**Задача 2.8.** Один моль ідеального газу, теплоємність якого при $p=const$ є $C_P$, виконує процес $p=p_0+\frac{\alpha}{V}$ ($p_0$ і $\alpha$ – сталі). Знайти:

а) $C=C(V)$;

б) надане газу тепло при його розширенні від $V_1$ до $V_2$.

**Розв'язання.**

а) $$C=C_V+p\frac{dV}{dT}=\frac{R}{\gamma-1}+\left(p_0+\frac{\alpha}{V}\right)\frac{dV}{dT}, \qquad (1)$$

$$pV=RT\Rightarrow\ V\left(p_0+\frac{\alpha}{V}\right)=RT\Rightarrow\ p_0V+\alpha=RT\Rightarrow\ \frac{dV}{dT}=\frac{R}{p_0},$$

Підставляючи останній вираз в (1), дістанемо:

$$C=\frac{R}{\gamma-1}+\left(p_0+\frac{\alpha}{V}\right)\frac{R}{p_0}=\frac{R}{\gamma-1}+\left(R+\frac{\alpha R}{p_0V}\right)=R\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}+\frac{\alpha}{p_0V}\right).$$

б) Диференціюємо рівняння стану:

$$pdV+Vdp=RdT,$$

або, оскільки

$$p=p_0+\frac{\alpha}{V}\Rightarrow\ dp=-\frac{\alpha}{V^2}dV,$$

то

$$\left(p_0+\frac{\alpha}{V}\right)dV - V\frac{\alpha}{V^2}dV = p_0 dV = RdT;$$

$$dA = pdV = \left(p_0+\frac{\alpha}{2}\right)dV = p_0 dV + \alpha\frac{dV}{V};$$

$$A = p_0\Delta V + \alpha\ln\frac{V_2}{V_1}; \quad \Delta U = \frac{p_0\Delta V}{\gamma-1};$$

$$Q = \Delta U + A = \frac{p_0\Delta V}{\gamma-1} + p_0\Delta V + \alpha\ln\frac{V_2}{V_1} = p_0\Delta V\left(\frac{1}{\gamma-1}+1\right) + \alpha\ln\frac{V_2}{V_1} =$$

$$= \frac{\gamma}{\gamma-1}p_0\Delta V + \alpha\ln\frac{V_2}{V_1} = p_0(V_2 - V_1)\frac{C_P/C_V}{C_P/C_V - 1} + \alpha\ln\frac{V_2}{V_1} =$$

$$= \frac{C_P}{R}p_0(V_2 - V_1) + \alpha\ln\frac{V_2}{V_1}.$$

**Задача 2.9.** Знайти рівняння процесу (у змінних $T, V$), при якому молярна теплоємність ідеального газу змінюється за законом: а) $C = C_V + \alpha T$; б) $C = C_V + \beta V$; в) $C = C_V + ap$, тут $\alpha, \beta, p -$ сталі.

**Розв'язання.**

а) $C = C_V + \alpha T; \; C = C_V + \dfrac{dA}{dT} = C_V + p\dfrac{dV}{dT};$

$$\alpha T = p\frac{dV}{dT} = \frac{RT}{V}\frac{dV}{dT} \Rightarrow \frac{dV}{V} = \frac{\alpha T dT}{RT} = \frac{\alpha}{R}dT,$$

$$\frac{\alpha}{R}dT = \frac{dV}{V} \Rightarrow \frac{\alpha}{R}T = \ln V + \ln(const) = \ln\left(\frac{V}{const}\right),$$

Звідси рівняння процесу:

$$V \cdot e^{-\frac{\alpha T}{R}} = const.$$

б) $C = C_V + \beta V; \; C = C_V + \dfrac{dA}{dT};$

$$\beta V = \frac{dA}{dT} = p\frac{dV}{dT} \Rightarrow \frac{RT}{V}\frac{dV}{dT} = \beta V \Rightarrow$$

$$\frac{dV}{V^2} = \beta\frac{dT}{RT}, \Rightarrow -\frac{1}{V} = \frac{\beta}{R}\ln\left(\frac{T}{const}\right) \Rightarrow \frac{T}{const} = e^{-\frac{R}{\beta V}}.$$

Звідси рівняння процесу:

$$T \cdot e^{\frac{R}{\beta V}} = const .$$

в) $C = C_V + ap;\; C = C_V + \dfrac{dA}{dT};$

$$ap = \frac{dA}{dT} = p\frac{dV}{dT} \Rightarrow \frac{dV}{dT} = a \Rightarrow$$

$$V = aT + const.$$

Звідси рівняння процесу:

$$V - aT = const .$$

**Задача 2.10.** Знайти роботу, виконану одним молем ван-дер-ваальсового газу при ізотермічному розширенні його від об'єму $V_1$ до $V_2$ при температурі $T$.

**Розв'язання.**

$$dA = pdV .$$

З рівняння

$$\left(p + \frac{a}{V_M^2}\right)(V_M - b) = RT$$

отримуємо:

$$p = \frac{RT}{V-b} + \frac{a}{V^2}, \Rightarrow \quad dA = \frac{RT}{V-b}dV + \frac{a}{V^2}dV,$$

$$A = RT\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V-b} + a\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V^2} = RT\ln\left(\frac{V_2 - b}{V_1 - b}\right) + a\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right).$$

## МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНА ТЕОРІЯ.

## РОЗПОДІЛИ МАКСВЕЛЛА І БОЛЬЦМАНА

❖ Число ударів молекул газу в одиницю поверхні стінки за одиницю часу:

$$\nu = \frac{1}{4} n < \upsilon >,$$

де $n$ – концентрація молекул, $< \upsilon >$ – їх середня швидкість.

❖ Рівняння стану ідеального газу:

$$p = nkT .$$

❖ Середня енергія молекул:

$$< \varepsilon > = \frac{i}{2} kT ,$$

де $i = i_{пост.} + i_{об.} + 2n_{кол.}$.

❖ Функція розподілу Максвелла:

$$\varphi(\upsilon_x) = \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} \exp\left( -\frac{m\upsilon_x^2}{2kT} \right),$$

$$f(\upsilon) = \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left( -\frac{m\upsilon^2}{2kT} \right),$$

$$F(\upsilon) = \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \upsilon^2 \cdot \exp\left( -\frac{m\upsilon^2}{2kT} \right).$$

❖ Найбільш імовірна, середня і середня квадратична швидкості молекул:

$$\upsilon_{ім} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}, \quad < \upsilon > = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}, \quad \upsilon_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}.$$

❖ Розподіл Больцмана:

$$n = n_0 \exp\left( -\frac{U}{kT} \right),$$

де $U$ – потенціальна енергія частинки.

* * *

**Задача 3.1.** В посудині об'ємом $V = 5{,}0$ л знаходиться азот масою $m = 1{,}40$ г при температурі $T = 1800$ К. Знайти тиск газу, якщо при цій температурі $\eta = 30\,\%$ молекул дисоційовані на атоми.

**Розв'язання.**

В посудині маємо суми двох компонентів:

1) газу молекул $N_2$ з масою $(1+\eta)m$ та молярною масою $M_1 = 28$;

2) газу атомів з масою $\eta m$ та атомною масою $M_2 = \frac{1}{2} M_1$.

За законом Дальтона, тиск суміші $p$ дорівнює сумі парціальних тисків $p = p_1 + p_2$, тоді, за законом Менделєєва-Клайперона, можна записати:

$$p = \left[ \frac{(1-\eta)m}{M} \frac{RT}{V} + \frac{2\eta m}{M} \right] \frac{RT}{V} = \frac{(1+\eta)mRT}{MV} = 1{,}9 \cdot 10^5 \text{ Па} = 1{,}9 \text{ атм.}$$

**Задача 3.2.** Посудина з газом жорстких двохатомних молекул рухаються з швидкістю $\upsilon = 20$ м/с. Молярна маса газу $M = 32$ г/моль. Знайти приріст температури газу після раптової зупинки посудини.

**Розв'язання.**

До системи, що складається з однакових частинок – молекул газу, – застосуємо теорему Кеніга, приймаючи, що всі молекули мають середню квадратичну швидкість. Отже маємо:

$$\frac{\sum m < \upsilon_2^2 >}{2} = \frac{\sum m < \upsilon_1 >^2}{2} + \frac{(\sum m)\upsilon^2}{2}, \qquad (1)$$

де $m$ – маса молекули.

За теоремою про рівнорозподіл енергії молекул за ступенями свободи:

$$\frac{m < \upsilon^2 >}{2} = \frac{i}{2} kT\,. \qquad (2)$$

Помноживши (2) на число Авогадро, отримаємо:

$$\frac{M<\upsilon^2>}{2}=\frac{i}{2}RT\,, \qquad (3)$$

де $M=\sum m$ – маса моля газу.

Тоді (1) перепишеться так:

$$\frac{i}{2}RT_2=\frac{i}{2}RT_1+\frac{M\upsilon^2}{2},\text{ або}$$

$$\frac{i}{2}R(T_2-T_1)=\frac{M\upsilon^2}{2}\Rightarrow\ \Delta T=T_2-T_1=\frac{M\upsilon^2}{iR}\text{, де } i=\frac{5}{2}.$$

Підставивши числові значення, дістанемо:

$\Delta T=0{,}31$ К.

**Задача 3.3.** Функція розподілу ймовірностей значень деякої величини $x$ має вигляд $f=Ax$, при $0\le x\le a$, а поза цим інтервалом $f=0$ . Тут $A$ і $a$ – сталі. Вважаючи, що $a$ задано, знайти:

а) значення функції $f$ при $x=a$;

б) середнє значення $x$ і $x^2$.

**Розв'язання.**

а) Імовірність знайти частинку в інтервалі $dx$ є $f(x)dx$, тоді імовірність знайти її в інтервалі $0\le x\le a$:

$$\int_0^a f(x)dx=\int_0^a Axdx=\frac{Aa^2}{2},$$

але імовірність знайти її в цьому інтервалі – це імовірність достовірної події, тому дорівнює 1, отже $\frac{Aa^2}{2}=1$, тому $A=\frac{2}{a^2}$. Таким чином,

$$f(x)=\frac{2}{a^2}x\ \text{ при }\ x=a\,,\ f(a)=\frac{2}{a}.$$

б) За визначенням функції розподілу, середнє значення $<x>$ та $<x^2>$ в інтервалі $(0,a)$ розраховуються за формулами:

$$< x >= \int_0^a x f(x)dx = \int_0^a x \frac{2}{a^2} x dx = \frac{2}{3} a;$$

$$< x^2 >= \int_0^a x^2 f(x)dx = \int_0^a x^2 \frac{2}{a^2} x dx = \frac{a^2}{2}.$$

**Задача 3.4.** Визначити, виходячи з класичних уявлень, середньоквадратичну кутову швидкість $\sqrt{< \omega^2 >}$ обертання молекул азоту $N_2$ при $T = 300$ К. Відстань між ядрами молекул $l = 3{,}7 \cdot 10^{-10}$ м.

**Розв'язання.**

Середня кінетична енергія молекул:

$$\varepsilon_k = \frac{I < \omega^2 >}{2}, \text{ де}$$

$$I = \frac{ml^2}{2}.$$

Нехай $i$ – число обертальних ступенів свободи молекул. Для $N_2$ $i = 2$. За законом рівнорозподілу енергії за ступенями свободи:

$$\frac{I < \omega^2 >}{2} = \frac{i}{2} kT.$$

Отже:

$$\frac{I < \omega^2 >}{2} = kT \Rightarrow \sqrt{< \omega^2 >} = \sqrt{\frac{2kT}{I}} = \sqrt{\frac{8kT}{ml^2}} = \sqrt{\frac{8RT}{Ml^2}} = 2{,}3 \cdot 10^{12} \text{ рад/с.}$$

**Задача 3.5.** Знайти для газоподібного азоту при $T = 300$ К відношення числа молекул з компонентами швидкості вздовж осі $x$ в інтервалі $300 \pm 0{,}31$ м/с до числа молекул з компонентами швидкості вздовж тієї ж осі в інтервалі $500 \pm 0{,}51$ м/с.

**Розв'язання.**

Для компонентів швидкості діє функція розподілу:

$$\varphi(\upsilon_x) = \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} \exp\left( -\frac{m\upsilon_x^2}{2kT} \right),$$

згідно з нею число молекул $\delta N$ з компонентами швидкості в інтервалі $\delta x$:

$$\delta N = \varphi\left(\upsilon_x\right)\delta x = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{m\upsilon_x^2}{2kT}\right)\delta x, \text{ тому:}$$

$$\frac{\delta N_1}{\delta N_2} = \exp\left(\frac{\left(\upsilon_{2x}^2 - \upsilon_{1x}^2\right)M}{2RT}\right)\frac{\delta\upsilon_{1x}}{\delta\upsilon_{2x}},$$

Тут замість $\frac{m}{k}$ записано $\frac{M}{R}$,

$\delta\upsilon_{1x} = 0{,}31$ м/с, $\delta\upsilon_{2x} = 0{,}51$ м/с.

Отже $$\frac{\delta N_1}{\delta N_2} = \exp\left(\frac{\left(500^2 - 300^2\right)\cdot 0{,}028}{2\cdot 8{,}31\cdot 300}\right)\frac{0{,}31}{0{,}51} = 1{,}5.$$

**Задача 3.6.** Отримати за допомогою функції розподілу Максвелла $F(\upsilon)$ функцію розподілу Максвелла в «зведеному» вигляді $F(u)$, де $u = \frac{\upsilon}{\upsilon_{ім}}$, $\upsilon_{ім}$ – найбільш імовірна швидкість.

**Розв'язання.**

Нехай $dW$ – ймовірність того, що молекула має швидкість в інтервалі $(\upsilon, \upsilon + d\upsilon)$. Очевидно, що

$$dW = \frac{dN}{N}, \tag{1}$$

де $N$ – загальне число молекул у даному об'ємі, $dN$ – їх число в інтервалі $(\upsilon, \upsilon + d\upsilon)$. Функцією розподілу називається

$$F(\upsilon) = \frac{dW}{d\upsilon}. \tag{2}$$

За Максвеллом:

$$F(\upsilon) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m\upsilon^2}{2kT}\right)\upsilon^2. \tag{3}$$

У змінних $\upsilon$: $dW = F(\upsilon)d\upsilon$,

У змінних $u$: $dW = F(u)du$, отже $F(u)du = F(\upsilon)d\upsilon$, тому

$$F(u) = F(\upsilon)\frac{d\upsilon}{du}, \qquad (4)$$

З умови задачі $\left(u = \frac{\upsilon}{\upsilon_{ім}}\right)$ випливає $\frac{d\upsilon}{du} = \upsilon_{ім}$, (5)

Тому з (4) та (5) отримуємо:

$$F(u) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m\upsilon^2}{2kT}\right) \cdot u^2 \cdot \upsilon_{ім}^2 \cdot \upsilon_{ім}.$$

Тепер, зауваживши, що $\upsilon_{ім} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$, після нескладних операцій дістанемо:

$$F(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2}.$$

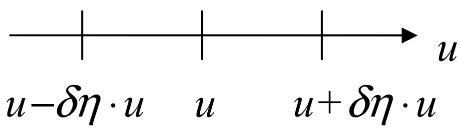
**Задача 3.7.** Знайти відносне число молекул, швидкості яких відрізняються не більше, ніж на $\delta\eta = 1{,}00\,\%$ від значення:

а) найбільш імовірної швидкості;

б) середньої квадратичної швидкості.

**Розв'язання.**

а) $\frac{dN}{N} = dW = F(u)du;$




ширина розкиду $u$,

$du = u \cdot 2\delta\eta$.

З розв'язку попередньої задачі:

$$\frac{dN}{N} = F(u)du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 \exp\left(-u^2\right) du,$$

маємо (для $u$=1):

$$\frac{dN}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot 1 \cdot e^{-1} \cdot 2u = \frac{8}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{e} \cdot 0{,}01 = 0{,}0166, \text{ або } 1{,}66\ \%.$$

б) $u=\dfrac{\upsilon_{кв}}{\upsilon_{ім}}=\sqrt{\dfrac{3kT}{m}}\cdot\sqrt{\dfrac{m}{2kT}}=\sqrt{\dfrac{3}{2}}$.

$$\frac{dN}{N}=\frac{4}{\sqrt{\pi}}u^3e^{-\frac{3}{2}}\cdot 2\delta\eta=\frac{8}{\sqrt{\pi}}\left(\sqrt{\frac{3kT/m}{2kT/m}}\right)^3e^{-\frac{3}{2}}=12\sqrt{3/2\pi}e^{-\frac{3}{2}}\delta\eta=1{,}85\,\%.$$

**Задача 3.8.** Визначити температуру газу:

а) для якої квадратична швидкість молекул водню більша від їх найбільш імовірної швидкості на $\Delta\upsilon=400$ м/с;

б) функція розподілу молекул кисню по швидкостях $F(\upsilon)$ буде мати максимум при швидкості 420 м/с.

**Розв'язання.**

а) За умовою,

$$\sqrt{\frac{3kT}{m}}=\sqrt{\frac{2kT}{m}}+\Delta\upsilon,$$

звідки:

$$\sqrt{\frac{kT}{m}}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)=\Delta\upsilon,$$

звідси

$$T=\frac{m}{k}\frac{(\Delta\upsilon)^2}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2}=\frac{M}{R}\frac{(\Delta\upsilon)^2}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2}=380\,\text{К}.$$

б) При сталій температурі $F(\upsilon)=const\cdot\upsilon^2\cdot e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}}$,

З умови максимуму $F'(\upsilon)=0$:

$$2\upsilon-\frac{2\upsilon\cdot m\cdot\upsilon^2}{2kT}=0,$$

маємо:

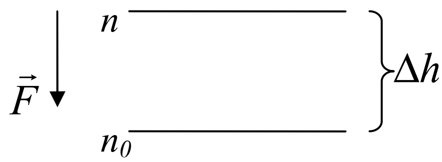
$$2\upsilon\left(1-\frac{m\upsilon^2}{2kT}\right)=0\Rightarrow\ T=\frac{m\upsilon^2}{2k}=\frac{M\upsilon^2}{2R}=340\,\text{К}.$$

**Задача 3.9**. Знайти силу, яка діє на частинку з боку однорідного поля, якщо концентрації цих частинок на двох рівнях, віддалених один від одного на відстань $\Delta h = 3{,}0$ см (уздовж поля, відрізняються в $\eta = 2$ рази. Температура системи $T = 280$ К.

**Розв'язання.**

За формулою Больцмана:

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{U}{kT}\right), \qquad (1)$$




тут

$$U = F \cdot \Delta h .$$

З (1) отримуємо: $\eta = \dfrac{n_0}{n} = \exp\left(\dfrac{F\Delta h}{kT}\right)$,

$$\ln\eta = \frac{F\Delta h}{kT} \Rightarrow F = \frac{kT}{\Delta h}\ln\eta = 0{,}89 \cdot 10^{-19}\,\text{Н}.$$

**Задача 3.10**. У довгій вертикальній посудині міститься газ, який складається з двох сортів молекул з масами $m_1$ та $m_2$, причому $m_2 > m_1$. Концентрації цих молекул біля дна посудини дорівнюють відповідно $n_1$ та $n_2$, причому $n_2 > n_1$. Вважаючи , що по всій висоті підтримується одна і та ж температура $T$ і прискорення вільного падіння дорівнює $g$, знайти висоту $h$, на якій концентрації цих сортів молекул будуть однакові.

**Розв'язання.**

За формулою Больцмана, концентрації обох сортів молекул на висоті $h$:

$$n_1(h) = n_{01} \exp\left(-\frac{m_1 g h}{kT}\right),$$

$$n_2(h) = n_{02} \exp\left(-\frac{m_2 g h}{kT}\right),$$

але, за умовою, $n_2(h) = n_1(h)$, тому:

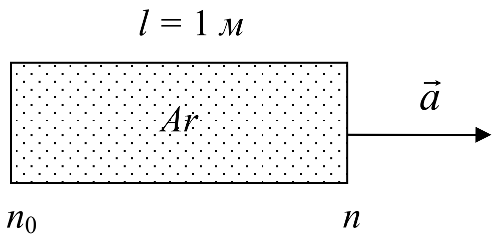
$$n_{01}\exp\left(-\frac{m_1gh}{kT}\right)=n_{02}\exp\left(-\frac{m_2gh}{kT}\right)\Rightarrow\ \frac{n_{02}}{n_{01}}=\exp\left(\frac{gh}{kT}\left(m_2-m_1\right)\right),$$

і відтак,

$$\ln\frac{n_{02}}{n_{01}}=\frac{\left(m_2-m_1\right)gh}{kT}\Rightarrow\ h=\frac{kT\ln\frac{n_{02}}{n_{01}}}{\left(m_2-m_1\right)gh}.$$

**Задача 3.11.** Закриту з обох кінців горизонтальну трубку довжиною $l=100$ см переміщають зі сталим прискоренням $a$, напрямленим уздовж її осі. Всередині трубки міститься аргон при температурі $T=330\,\text{К}$. За якого значення $a$ концентрації аргону поблизу кінців трубки будуть відрізнятися одна від одної на $\eta=1{,}0\,\%$?

**Розв'язання.**




Газ буде знаходитись в полі сил інерції, напрямлених проти напрямку прискорення: $\overline{F}=-m\overline{a}$. За формулою Больцмана:

$$n(l)=n_0\exp\left(-\frac{mal}{kT}\right)=n_0\exp\left(-\frac{Mal}{RT}\right)\Rightarrow$$

$$\frac{n_0}{n}=\exp\left(\frac{Mal}{RT}\right)\Rightarrow\quad \ln\frac{n_0}{n}=\frac{Mal}{RT},$$

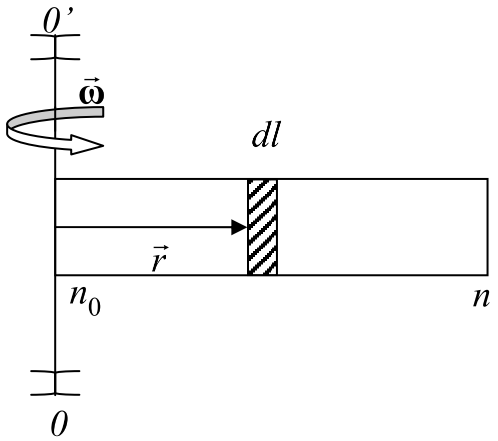
або

$$\frac{n_0}{n}=1+\eta,\quad \ln\left(1+\eta\right)\cong\eta,\quad \eta=\frac{Mal}{RT};$$

$$a=\frac{\eta RT}{Ml}=684\,м/с^2=70g.$$

**Задача 3.12.** Горизонтально розташовану трубку з закритими кінцями обертають зі сталою кутовою швидкістю $\omega$ навколо осі, що проходитиме через один з її кінців. У трубці знаходиться вуглекислий газ при температурі $T = 300$ К. Довжина трубки $l = 100$ см. Знайти значення $\omega$, при якому відношення концентрацій молекул біля протилежних кінців трубки $\eta = 2{,}0$.

**Розв'язання.**




На молекули в трубці діють відосьові сили інерції, внаслідок чого концентрація молекул у вільному кінці трубки буде більшою, ніж біля осі. За умовою задачі, $\frac{n}{n_0} = \eta$, де $n_0$ – концентрація молекул біля осі обертання. Формула Больцмана

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{U}{kT}\right).$$

Для потенційної енергії частинки маємо:

$$dU = -Fdr = -m\omega^2 rdr \Rightarrow \quad U = -\frac{m\omega^2 r^2}{2},$$

тому

$$n = n_0 \exp\left(\frac{m\omega^2 l^2}{2kT}\right),$$

але $n = \eta n_0$, отже

$$\eta = \exp\left(\frac{ml^2\omega^2}{2kT}\right),$$

$$\ln\eta = \frac{ml^2\omega^2}{2kT} = \frac{Ml^2\omega^2}{2RT},$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2RT\ln\eta}{Ml^2}} = 280 \ рад/с.$$

## ДРУГЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМІКИ. ЦИКЛИ. ЕНТРОПІЯ.

❖ ККД теплової машини:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1},$$

де $Q_1$ – тепло, одержуване робочим тілом, $Q_2$ – віддане тепло.

❖ ККД циклу Карно:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

де $T_1$ і $T_2$ – температури нагрівача і холодильника.

❖ Приріст ентропії системи:

$$\Delta S \geq \int \frac{dQ}{dT},$$

де $dQ$ – елементарне тепло, одержане системою .

❖ Основне рівняння термодинаміки для оборотних процесів:

$$TdS = dU + pdV .$$

❖ Зв'язок між ентропією та статистичною вагою $\Omega$ (термодинамічною ймовірністю) системи:

$$S = k \ln \Omega,$$

де $k$ – стала Больцмана.

* * *

**Задача 4.1.** У теплової машини, що працює за циклом Карно, температура нагрівача в $n = 1{,}60$ разів більша від температури холодильника. За один цикл машина виконає роботу $A = 12{,}0$ кДж. Яка робота затрачується на один цикл ізотермічного стискання робочої речовини?

**Розв’язання.**

Теплова машина Карно оборотна. Тому

$$\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{T_1}{T_2}=n,$$

отже

$$Q_1=nQ_2,$$

тоді

$$A=Q_1-Q_2=(n-1)Q_2 \Rightarrow Q_2=\frac{A}{n-1}=20\,\text{кДж}.$$

**Задача 4.2.** В якому випадку ККД циклу Карно підвищиться більше: при збільшенні температури нагріву на $\Delta T$, чи при зменшенні температури холодильника на ту ж величину?

**Розв’язання.**

Розглянемо два випадки:

1. $T_1 \to T_1+\Delta T$

$$\left.\begin{aligned}&\text{Спочатку: } \eta_0=1-\frac{T_2}{T_1},\\ &\text{далі: } \eta'=1-\frac{T_2}{T_1+\Delta T}.\end{aligned}\right\}\Rightarrow \Delta\eta'=\eta'-\eta_0=\frac{T_2}{T_1}-\frac{T_2}{T_1+\Delta T}=\frac{\Delta T}{T_1+\Delta T}. \quad (1)$$

2. $T_2 \to T_2-\Delta T$

$$\left.\begin{aligned}&\text{Спочатку: } \eta_0=1-\frac{T_2}{T_1},\\ &\text{далі: } \eta''=1-\frac{T_2-\Delta T}{T_1}.\end{aligned}\right\}\Rightarrow \Delta\eta''=\eta''-\eta_0=\frac{T_2}{T_1}-\frac{T_2-\Delta T}{T_1}=\frac{\Delta T}{T_1}. \quad (2)$$

З (1) і (2) випливає:

$$\Delta\eta''>\Delta\eta',$$

тобто ККД у другому випадку зростає швидше, ніж у першому.

**Задача 4.3.** Водень виконує цикл Карно. Знайти ККД циклу, якщо при адіабатичному розширенні:

а) об’єм газу збільшується в $n = 2{,}0$ рази;

б) тиск зменшується в $n = 2{,}0$ рази.

**Розв’язання.**

а) Запишемо рівняння Пуассона в змінних $(V, T)$:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1},$$

а оскільки, за умовою, об’єм збільшується в $n$ разів, то

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{n^{\gamma - 1}},$$

тоді

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{1}{n^{\gamma - 1}} = 1 - n^{1-\gamma} = 0{,}25 .$$

б) Запишемо рівняння Пуассона в змінних $(T, p)$:

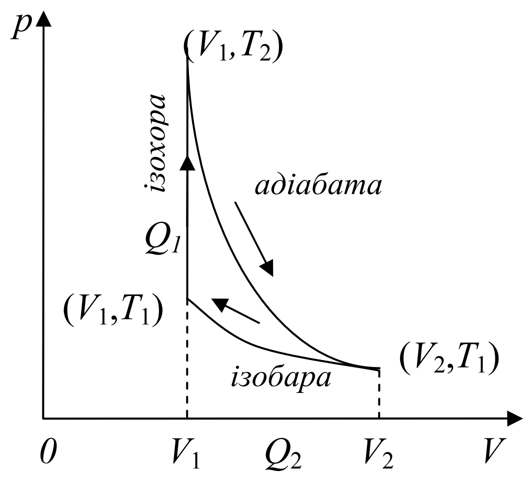
$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}; \ \frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{n},$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - n^{\frac{1}{\gamma} - 1} = 0{,}18.$$

**Задача 4.4.** Ідеальний газ виконує цикл, що складається з:

а) ізохори, адіабати та ізотерми;

б) ізобари, адіабати та ізотерми, причому ізотермічний процес відбувається при мінімальній температурі циклу. Знайти ККД циклу, якщо температура $T$ в його змінюється в $n$ разів.



**Розв’язання.**

а) $\eta = 1 - \dfrac{\left|Q_2\right|}{Q_1}$,

$U = \dfrac{\nu RT}{\gamma - 1} \Rightarrow \quad Q_1 = \dfrac{\nu R\left(T_2 - T_1\right)}{\gamma - 1}$,

$\left|Q_2\right| = \nu RT_1 \ln\dfrac{V_2}{V_1}$,

$$\eta = 1 - \frac{\nu RT_1 \ln\dfrac{V_2}{V_1}}{\nu R\left(T_2 - T_1\right)}(\gamma - 1). \quad (1)$$

Рівняння адіабати в позначеннях, зображених на рисунку:

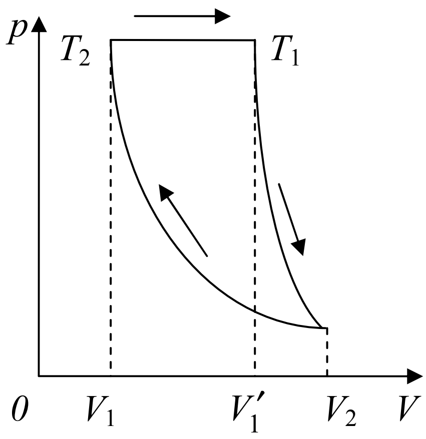
$T_2 V_1^{\gamma - 1} = T_1 V_2^{\gamma - 1}$, звідси $\left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma - 1} = \dfrac{T_2}{T_1} = n$, або $(\gamma - 1)\ln\dfrac{V_2}{V_1} = \ln n$,

$\ln\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{\ln n}{\gamma - 1}$.

Підставивши останній вираз у (1), дістанемо:

$\eta = 1 - \dfrac{\ln n}{n - 1}$.

б) $\eta = 1 - \dfrac{\left|Q_2\right|}{Q_1}$,




$\left|Q_2\right| = \nu RT_1 \ln\dfrac{V_2}{V_1}$,

$Q_1 = C_P \Delta T = \dfrac{\nu\gamma R\left(T_2 - T_1\right)}{\gamma - 1}$,

$$\eta = 1 - \frac{T_1 \ln\dfrac{V_2}{V_1}}{\gamma\left(T_2 - T_1\right)}(\gamma - 1).$$

Поділивши чисельник і знаменник на $T_1$ і зауваживши, що $T_2/T_1 = n$, отримуємо:

$$\eta = 1 - \frac{(\gamma - 1)\ln\frac{V_2}{V_1}}{\gamma(n-1)}. \qquad (1)$$

Для визначення $\frac{V_2}{V_1}$ запишемо рівняння ізобари

$$\frac{V_1'}{T_2} = \frac{V_1}{T_1},$$

з якого

$$V_1' = V_1\frac{T_2}{T_1} = nV_1,$$

та рівняння адіабати

$$T_2\left(V_1'\right)^{\gamma-1} = T_1 V_2^{\gamma-1},$$

з якого $n = \left(\frac{V_2}{V_1'}\right)^{\gamma-1}$.

З (2) і (3) легко дістати:

$$\frac{V_2}{V_1} = n^{\frac{\gamma}{\gamma-1}},$$

а відтак

$$\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \frac{\gamma}{\gamma-1}\ln n.$$

Підставляючи останній вираз у (1), дістаємо:

$$\eta = 1 - \frac{\ln n}{n-1}.$$

**Задача 4.5.** Деяка термодинамічна система перейшла зі стану 1 у стан 2. Статистична вага другого стану перевищує статистичну вагу першого стану у $\eta = 2$ рази. Чому дорівнює приріст ентропії системи $\Delta S_{12}$?

**Розв'язання.**

Зв'язок між статистичною вагою $\Omega$ та ентропією задається формулою Больцмана:

$$S = k\ln\Omega,$$

де $k$ – стала Больцмана. Тому:

$$\Delta S_{12} = S_2 - S_1 = k\ln\frac{\Omega_2}{\Omega_1} = k\ln\eta = 1{,}38\cdot 10^{-23}\ln 2 = 0{,}96\cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}.$$

**Задача 4.6.** Вивести формулу для ентропії ідеального газу як функції $T$ і $p$.

**Розв'язання.**

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{dU + pdV}{T} = \frac{dU}{T} + \frac{pdV}{T},$$

Для ідеального газу

$$U = \frac{\nu RT}{\gamma - 1},$$

тому

$$\frac{dU}{T} = \frac{\nu R}{\gamma - 1}\frac{dT}{T}, \qquad (1)$$

Щоб виразити $\frac{pdV}{T}$ через $T$ і $p$, скористаємось рівнянням стану газу $pV = \nu RT$, з якого:

$$pdV + Vdp = \nu RT, \quad pdV = \nu RT - Vdp,$$

$$\frac{pdV}{T} = \nu RT\frac{dT}{T} - \frac{V}{T}dp = \nu R\frac{dT}{T} - \frac{\nu R}{p}dp = \nu R\left(\frac{dT}{T} - \frac{dp}{p}\right),$$

отже

$$dS = \frac{\nu R}{\gamma - 1}\frac{dT}{T} + \nu R\frac{dT}{T} - \nu R\frac{dp}{p} = \nu R\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\frac{dT}{T} - \frac{dp}{p}\right),$$

$$S = \nu R\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\ln T - \ln p\right) + \nu S_0,$$

де $\nu S_0$ – адитивна стала, яка не залежить від $T$ і $p$.

**Задача 4.7.** Ентропія $m_1 = 1$ г азоту при температурі 25ºC та тиску $1.00 \cdot 10^5$ Па дорівнює $S_1 = 6{,}84$ Дж/К. Визначити ентропію $m_2 = 2$ г азоту при температурі 100ºC і тиску $2{,}00 \cdot 10^5$ Па.

**Розв'язання.**

Скористаємось результатом задачі 4.6. Для $m_1$:

$$\nu_1 S_0 = S_1 - \nu_1 R\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\ln T_1 - \ln p_1\right),$$

де $S_0$ не залежить від $T$ і $p$.

Підставивши дані задачі, дістанемо:

$\nu_1 S_0 = 4{,}32$ Дж/К,

а оскільки

$\nu = \frac{m}{M} = \frac{1}{28}$, то

$S_0 = 120{,}37$ Дж/(К·моль).

Для $m_2$:

$$S_2 = \nu_2 R\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\ln T_2 - \ln p_2\right) + \nu_2 S_0.$$

Після підстановки числових значень, дістанемо:

$S_2 = 13{,}73$ Дж/К.

**Задача 4.8.** Деякий ідеальний газ виконує при температурі $T = 300$ К оборотний ізотермічний процес, у ході якого над газом виконується робота $A' = -900$ Дж. Знайти приріст ентропії $\Delta S$ і приріст вільної енергії $\Delta F$ газу.

**Розв'язання.**

Оскільки процес оборотний, то робота газу $A = -A'$, а із ізотермічності процесу випливає, що $\Delta U = 0$, тому:

$$\Delta S = \frac{A}{T} = -\frac{A'}{T} = \frac{900}{300} = 3\,\text{Дж/К}.$$

При оборотному ізотермічному процесі $A = -\Delta F$, а оскільки $A = -A'$, то $\Delta F = A' = -900\,\text{Дж}$.

**Задача 4.9.** Процес розширення двох молів аргону відбувається так, що тиск газу збільшується прямо пропорційно його об'єму. Знайти приріст ентропії газу при збільшенні його об'єму в $\alpha = 2{,}0$ рази.

**Розв'язання.**

$$dS = \frac{\gamma R dT}{(\gamma - 1)T} + \frac{p}{T}dV,$$

але, оскільки $p = \frac{\nu RT}{V}$, то $\frac{p}{T} = \frac{\nu R}{V}$, тому:

$$dS = \nu R\left(\frac{1}{\gamma - 1}\frac{dT}{T} + \frac{dV}{V}\right) \text{ і } \Delta S = \nu R\left(\frac{1}{\gamma - 1}\ln\frac{T_2}{T_1} + \ln\frac{V_2}{V_1}\right),$$

З рівняння стану $\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}$, і з умови задачі $p = cV$ отримуємо:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2^2}{V_1^2} = \alpha^2 \text{ (бо за умовою задачі } \frac{V_2}{V_1} = \alpha\text{)},$$

$\ln\left(T_2 / T_1\right) = 2\ln\alpha$. Тоді:

$$\Delta S = \nu R \ln\alpha\left(\frac{2}{\gamma - 1} + 1\right) = \nu R\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}\ln\alpha.$$

За умовою задачі, $\nu = 2$ і $\gamma = \frac{i + 2}{i} = \frac{5}{3}$ для аргону. Отже,

$\Delta S = 46$ Дж/К.

**Задача 4.10.** За дуже низьких температур теплоємність кристалів

$C = aT^3$, де $a$ – стала. Знайти ентропію кристала як функцію температури в цій області.

**Розв'язання.**

Оскільки об'єм кристала практично не змінюється, то:

$$dQ = dU = CdT = \alpha T^3 dT,$$

$$S = \int \frac{dQ}{T} = \alpha \int \frac{T^3 dT}{T} = \alpha \int T^2 dT = \frac{1}{3}\alpha T^3.$$

**Задача 4.11.** Ідеальний газ у кількості $\nu = 2{,}2$ молі міститься в одній з двох теплоізольованих посудин, сполучених між собою трубкою з краном. Кран відкрили, і газ заповнив обидві посудини, збільшивши свій об'єм в 3,0 рази. Знайти приріст ентропії газу.

**Розв'язання.**

Оскільки газ ідеальний, то $\Delta U = 0$, $T = const$, отже:

$$\Delta S = \frac{\nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}}{T} = \nu R \ln \frac{V_2}{V_1} = 20 \text{ Дж/кг.}$$

**Задача 4.12.** Воду масою $m = 1{,}00$ кг нагріли від температури $t_1 = 10°$ C до $t_2 = 100°$ C, при якій вона вся перетворилася в пару. Знайти приріст ентропії системи.

**Розв'язання.**

Приріст ентропії при нагріванні води:

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mCdT}{T} = mC \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Приріст ентропії внаслідок повного випаровування $\Delta S_2 = qm/T_2$, де $q$ – питома теплота випаровування. Для води $q = 2{,}25 \cdot 10^6$ Дж/кг.

$$\Delta S = mC \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{qm}{T_2} = m\left[C \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{q}{T_2}\right] = 7{,}2 \text{ кДж/К.}$$

## ЯВИЩА ПЕРЕНЕСЕННЯ.

- Середня довжина вільного пробігу молекули газу:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n},$$

де $d$ – ефективний діаметр молекули, $n$ – концентрація молекул.

- Число зіткнень за одиницю часу:

$$\nu = \sqrt{2}\pi d^2 n < \upsilon > .$$

- Сила тертя, що діє на одиницю площі пластин при їх русі паралельно одна одній в ультрарозрідженому газі:

$$F = \frac{1}{6} < \upsilon > \rho \left| u_1 - u_2 \right|,$$

де $u_1$ і $u_2$ – швидкості пластин.

- Густина потоку тепла у напрямку осі $x$:

$$w = \chi \frac{dT}{dx},$$

де $\chi$ – коефіцієнт теплопровідності.

* * *

**Задача 5.1.** Азот знаходиться за нормальних умов. Знайти:

а) середнє число зіткнень, яких зазнає кожна молекула за одну секунду;

б) число всіх зіткнень між молекулами у 1 см$^3$ щосекунди.

**Розв'язання.**

а) $\nu = \sqrt{2}\pi d^2 n < \upsilon >,$ (1)

де

$$< \upsilon > = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} .$$

За нормальних умов $n_0 = \frac{p_0}{kT}$. Нормальний тиск $p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па, тому $n = \frac{p_0}{kT}$.Ефективний діаметр молекули азоту $d = 0{,}37 \cdot 10^{-9}$ м. З (1) дістанемо:

$$\nu = 0{,}74 \cdot 10^{10}\ \text{с}^{-1}.$$

б) Число зіткнень молекул в одиниці об'єму:

$$\nu^* = \frac{n}{2}\nu = \frac{\pi}{\sqrt{2}} d^2 n^2 < \upsilon > = 1{,}0 \cdot 10^{29}\ \text{с}^{-1}\text{см}^{-3}.$$

**Задача 5.2.** Як залежить середня довжина вільного пробігу та число зіткнень в одиницю часу в таких процесах:

а) ізохорному; б) ізобарному.

**Розв'язання.**

а) *Ізохорний процес.*

1) $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$, тобто $\lambda \sim \frac{1}{n}$, але $n = \frac{p}{kT}$, тому

$\lambda \sim \frac{T}{p}$, а $pV = \nu RT \Rightarrow \frac{T}{p} \sim V$, $n \sim V$, і $\lambda \sim \frac{1}{V}$,

а оскільки процес ізохорний, то $\lambda = const$.

2) $\nu \sim n < \upsilon > = n\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \sim \sqrt{T}$; $\nu \sim \sqrt{T}$.

б) *Ізобарний процес.*

1) Як показано вище, $\lambda \sim \frac{T}{p}$, тому при $p = const$ маємо $\lambda \sim T$.

2) $\nu \sim n < \upsilon > = \frac{p}{kT}\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \sim \frac{p}{\sqrt{T}}$, при $p = const$, $\nu \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$.

**Задача 5.3.** Два однакових паралельних диски, осі яких збігаються, розташовані на відстані $h$ один від одного. Радіус кожного диска дорівнює $a$, причому $a >> h$. Один диск обертається з невеликою кутовою швидкістю $\omega$, другий диск нерухомий. Знайти момент сил тертя, що діє на нерухомий диск, якщо в’язкість газу між дисками дорівнює $\eta$.

**Розв’язання.**

Розглянемо дископодібний шар газу, що знаходиться між дисками. Сила тертя, прикладена до елемента поверхні $2\pi r dr$ цього шару з боку сусіднього шару:

$$dF = \eta \frac{du}{dh} dS = \eta \frac{u}{h} 2\pi r dr .$$

Момент цієї сили відносно осі обертання:

$$dN = dFr = \eta \frac{u}{h} 2\pi r^2 dr ,$$

а оскільки $u = \omega r$, то $dN = \eta \frac{\omega}{h} 2\pi r^3 dr$. Інтегруючи цей вираз від 0 до $a$, дістанемо:

$$N = \frac{\pi \eta \omega a^4}{2h} .$$

**Задача 5.4.** Розв’язати попередню задачу, вважаючи, що між дисками міститься ультрарозріджений газ з молярною масою $M$, температурою $T$ й під тиском $p$.

**Розв’язання.**

Сила, що діє на елемент площі $dS$:

$$dF = \frac{1}{6} < \upsilon > \rho \left| u_1 - u_2 \right| 2\pi r dr .$$

Оскільки другий диск нерухомий, то $u_2 = 0$. З рівняння стану:

$$\rho = \frac{Mp}{RT} .$$

Враховуючи, що

$$u = \omega r, \ < \upsilon > = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}},$$

отримуємо:

$$dF = \frac{1}{6}\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}\frac{Mp}{RT}\omega \cdot 2\pi r^2 dr.$$

Момент цієї сили відносно осі обертання дисків:

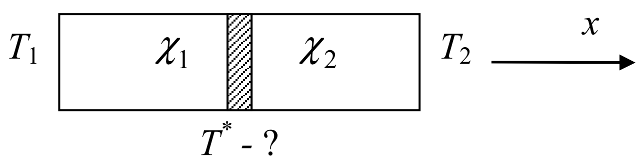
$$dN = dFr = \frac{1}{6}\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}\frac{Mp}{RT}\omega \cdot 2\pi r^3 dr\,.$$

Після інтегрування цього виразу отримаємо:

$$N = \left(\frac{\omega a^4 p}{3}\right)\sqrt{\frac{\pi M}{2RT}}\,.$$

**Задача 5.5.** Один кінець стрижня, вміщеного в теплоізольовану оболонку, підтримується при температурі $T_1$, а другий кінець – при температурі $T_2$. Сам стрижень складається з двох частин, довжини яких $l_1$ та $l_2$ і теплопровідності $\chi_1$ та $\chi_2$. Знайти температуру поверхні стикання цих частин стрижня.

**Розв’язання.**




Нехай $T_1 > T_2$. Тоді густина потоку вздовж осі $x$:

$$w_1 = -\chi_1 \frac{dT}{dx}, \tag{1}$$

а проти осі $x$:

$$w_2 = \chi_2 \frac{dT}{dx}. \tag{2}$$

З (1) випливає:

$$dT = -\frac{w_1}{\chi_1}dx\,,$$

або, при інтегруванні від $T_1$ до $T$*:

$$T_1 - T^* = \frac{w_1}{\chi_1} l_1, \tag{3}$$

де $T^*$ – температура поверхні стикання. Аналогічно з (2) випливає:

$$T_2 - T^* = \frac{w_2}{\chi_2} l_2. \tag{4}$$

Але, внаслідок стаціонарності потоку, $w_1 = w_2$, тому

$$T_1 - T^* = \frac{w}{\chi_1} l_1, \text{ та } T_2 - T^* = \frac{w}{\chi_2} l_2, \text{ або } \frac{T_1 - T^*}{T_2 - T^*} = \frac{l_1}{l_2}\frac{\chi_2}{\chi_1},$$

тоді
$$T^* = \frac{\dfrac{\chi_1}{l_1} T_1 + \dfrac{\chi_2}{l_2} T_2}{\dfrac{\chi_1}{l_1} + \dfrac{\chi_2}{l_2}}.$$

**Задача 5.6.** Знайти розподіл температур у речовині, що міститься між двома великими паралельними пластинами, якщо останні підтримують при температурах $T_1$ та $T_2$, відстань між ними дорівнює *l,* і теплопровідність речовини $\chi \approx \sqrt{T}$ .

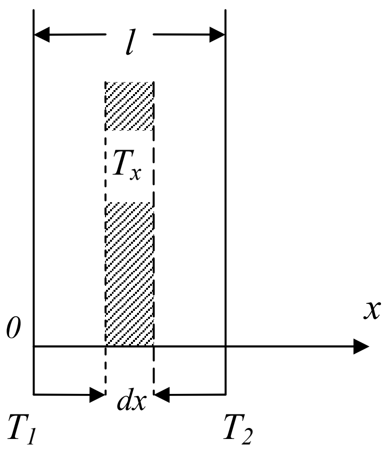
**Розв'язання.**

За умовою задачі: $\chi = k\sqrt{T}$ , де $k$ – стала. Тоді густина потоку тепла ($T_2 > T_1$)

$w = k\sqrt{T}\,\dfrac{dT}{dx}$, звідки:

$$\left.\begin{aligned} wx &= \frac{2}{3} k \left( T_x^{3/2} - T_1^{3/2} \right) \\ wl &= \frac{2}{3} k \left( T_2^{3/2} - T_1^{3/2} \right) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$T(x) = T_1 \left\{ 1 + \frac{\chi}{l} \left[ \left( T_2 / T_1 \right)^{3/2} - 1 \right] \right\}^{3/2}.$$



## ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

### *Основне рівняння МКТ газів*

**1.** Обчислити середню кінетичну енергію $<\varepsilon_{оберт}>$ обертального руху однієї молекули кисню при температурі $T$ = 350 К та середню кінетичну енергію $<E>$ обертального руху всіх молекул кисню, маса якого $m = 4$ г.

**Відповідь:** $<\varepsilon_{оберт}> = kT = 4{,}8 \cdot 10^{-21}$ Дж, $<E> = \dfrac{m}{M} N_A \cdot <\varepsilon_{оберт}> = 360$ Дж.

**2.** Визначити температуру $T$ суміші трьох молів гелію, взятого при температурі $t_1 = 80$ °С, і двох молів азоту, взятого при $t_2 = 40$ °С.

**Відповідь:** $T = \dfrac{i_1 \nu_1 T_1 + i_2 \nu_2 T_2}{i_1 \nu_1 + i_2 \nu_2} = 331{,}9$ К.

**3.** Обчислити кінетичну енергію $<E>$ обертального руху двох молів молекул кисню при температурі 17°С.

**Відповідь:** $<E> = \dfrac{i}{2} p_0 V = 2$ кДж.

**4.** Деяка маса кисню перебуває при температурі $t = 27$ °С і тиску $p = 100$ кПа. Кінетична енергія поступального руху молекул кисню $<E> = 6{,}3$ Дж. Обчислити кількість молекул $N$ кисню.

**Відповідь:** $N = \dfrac{2<E>}{kT} = 10^{21}$.

**5.** У посудині, об'єм якої $V = 3$ л, міститься суміш $m_1 = 14$ г азоту $m_2 = 10$ г аргону. Визначити тиск $p$ даної суміші на стінки посудини, якщо сума середніх кінетичних енергій молекул обох газів $<\varepsilon> = 2$ еВ.

**Відповідь:** $p = \dfrac{2}{V} \dfrac{N_A \left( \dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2} \right) <\varepsilon>}{i_1 + i_2} = 12$ МПа.

**6.** Азот, маса якого $m = 15$ г, знаходиться при температурі $t = 800$ °С. При цьому 60 % молекул азоту дисоційовані на атоми. Визначити середню енергію теплового руху частинок. Вважати, що коливальні ступені вільності не збуджені.

**Відповідь:** $< E >= mRT\left(0,4\frac{i_1}{2M_1} + 0,6\frac{i_2}{2M_2}\right)$.

**7.** Газ, який складається з жорстких двохатомних молекул, при нормальному тискові займає об'єм $V = 8$ дм$^3$. Визначити середню енергію $< E >$ теплового руху молекул цього газу.

**Відповідь:** $< E >= \frac{i}{2} p_0 V = 2$ кДж.

### *Рівняння стану ідеального газу*

**8.** Густина $\rho$ суміші азоту й водню при температурі $t = 47$ °С і тиску $p = 2{,}05$ кПа становить 0,3 кг/м$^3$. Яка концентрація водню $n_2$ в суміші?

**Відповідь:** $n_2 = \frac{\rho - Mp/RT}{M_2 - M_1}$.

**9.** У циліндрі під поршнем міститься газ за нормальних умов. Спочатку при *T=const* об'єм газу збільшили у $\beta = 5$ разів, потім газ нагріли при *p=const* до температури $t = 127$ °С. Визначити концентрацію *n* молекул у кінцевому стані.

**Відповідь:** $n = \frac{p_0}{\beta kT} = 3{,}66 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$.

**10.** До якої температури *T* потрібно нагріти ідеальний газ при *p=const*, щоб його густина зменшилась у 2 рази порівняно з густиною цього газу, коли $t_0 = 0$ °С?

**Відповідь:** $T = 2T_0 = 246$ К.

**11.** У відкритій посудині при $t_1 = 20\,°C$ міститься $m_1 = 150$ г повітря. На яке значення $\Delta m$ зменшиться маса повітря в посудині у разі нагрівання її до $t_2 = 100\,°C$? Зміною розмірів посудини під час нагрівання нехтувати.

**Відповідь:** $\Delta m = \dfrac{m(T_2 - T_1)}{T_1} = 32{,}2$ г.

**12.** У посудині, об'єм якої $V$ = 20 л, міститься $m_1 = 5$ г водню та $m_2 = 10$ г азоту при температурі $T = 290$ К. Визначити тиск у посудині, молярну масу та густину суміші газів.

**Відповідь:** $p = \left(\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2}\right)\dfrac{RT}{V} = 3{,}44 \cdot 10^5$ Па, $M = \dfrac{m_1 + m_2}{m_1 / M_1 + m_2 / M_2}$, $\rho = \dfrac{m_1 + m_2}{V} = 0{,}75$ кг/м$^3$.

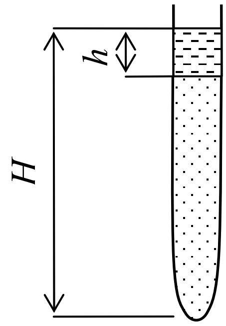
**13.** Атмосфера Венери складається переважно з вуглекислого газу. Визначити, у скільки разів густина $\rho_1$ атмосфери біля поверхні Венери більша від густини $\rho_2$ атмосфери біля поверхні Землі, вважаючи, що тиск $p_1$ атмосфери Венери більший від тиску $p_2$ атмосфери Землі в 100 разів, а середня температура $T_1$, на поверхні Венери становить $\dfrac{7}{3}$ від температури $T_2$ на Землі.

**Відповідь:** $\dfrac{\rho_1}{\rho_2} = \dfrac{p_1 T_2 M_1}{p_2 T_1 M_2} = 65$.

**14.** На дні озера, глибина якого $h = 20$ м, температура води $t_1 = 7\,°C$. Бульбашка повітря, яка на дні озера має об'єм $V = 2$ мм$^3$, повільно піднімається. Який об'єм $V$ матиме бульбашка повітря біля поверхні води, якщо атмосферний тиск нормальний, а температура поверхні і води $t_2 = 19\,°C$. Тиском, що зумовлений поверхневим натягом, нехтувати.

**Відповідь:** $V = \dfrac{(p_0 + \rho g h)T_2}{p_0 T_1} V_1 = 6{,}2$ мм$^3$.

**15.** Запаяна з одного боку вертикально розміщена трубка, довжина якої $H = 1$ м, до краю заповнена повітрям і ртуттю. Довжина стовпчика ртуті $h = 38$ см. До якої температури $T$ треба нагріти повітря в трубці, щоб уся ртуть вилилась? Температуру атмосфери взяти такою, що дорівнює $t_1 = 17$ °C, тиск $p_0 = 101{,}3$ кПа.




**Відповідь:** $T = \dfrac{p_0 H T_1}{(p_0 + \rho g h)(H - h)} = 313$ К.

**16.** Газ стискається ізотермічно від об'єму $V_1 = 10$ дм$^3$ до об'єму $V_2 = 5$ дм$^3$. Тиск при цьому змінюється на $\Delta p = 6$ кПа. Визначити початковий тиск p газу.

**Відповідь:** $p = \dfrac{\Delta p V_2}{V_1 - V_2} = 6$ кПа.

**17.** Футбольний м'яч, об'єм якого $V = 3{,}4$ дм$^3$, нагнітають повітрям за допомогою помпи. Який тиск $p$ установиться в камері м'яча після $N$ качань, якщо при кожному циклі роботи помпа забирає з навколишнього середовища об'єм $V_0 = 100$ см$^3$ повітря при нормальному атмосферному тиску?

**Відповідь:** $p = \dfrac{p_0 V_0 N}{V} = 150$ кПа.

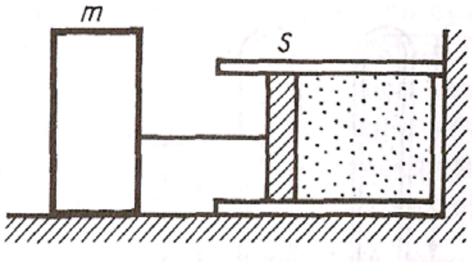
**18**. Аеростат наповнений воднем при температурі $t_1 = 17$ °C. Під дією сонячних променів температура водню в аеростаті підвищилася до $t_2 = 37$ °C, а зовнішній тиск атмосфери не змінився. Під час нагрівання надлишковий водень вийшов з аеростата, а його маса зменшилась на $\Delta m = 6{,}12$ кг. Визначити об'єм $V$ аеростата, вважаючи, що середня густина водню $\rho = 0{,}09$ кг/м$^3$.

**Відповідь:** $V = \dfrac{\Delta m}{\rho} \dfrac{T_2}{T_2 - T_1} = 1054$ м$^3$.

**19.** У вакуумовану посудину місткістю $V = 0{,}3$ л при $t_0 = 0\,°\text{C}$ введено 0,90 г рідкого чотириоксиду азоту $N_2O_4$. З підвищенням температури до $t = 27\,°\text{C}$ рідкий чотириоксид азоту випаровується і частково дисоціює на двооксид азоту $NO_2$. Який відсоток $\alpha$ молекул чотириоксидного азоту дисоціює, якщо тиск газу в посудині $p$ = 128 кПа?

**Відповідь:** $\alpha = \dfrac{M_2}{M_1 - M_2}\left(\dfrac{M_1 pV}{mRT} - 1\right) = 0{,}58$.

**20.** У циліндрі під поршнем, площа якого $S$=$10^{-3}$ м$^2$, міститься повітря за нормальних умов. Циліндр лежить на горизонтальній поверхні, впираючись дном у вертикальну стінку (рис. 2.3). До якої температури $T$ треба нагріти повітря в циліндрі, щоб тіло масою $m = 8$ кг, з'єднане жорстким стрижнем з рухомим без тертя поршнем, зсунулося з місця по поверхні, якщо коефіцієнт тертя між ними $\mu = 0{,}30$?




**Відповідь:** $T = \left(\dfrac{Mmg}{p_0 S} + 1\right)T_0 = 337\,\text{К}$.

**21.** У горизонтально розміщеній трубці, довжина якої $L = 1$м, на відстані $b = 80$см від запаяного кінця міститься стовпчик ртуті $l = 0{,}3$см завдовжки. З якою кутовою частотою $\omega$ має обертатись трубка в горизонтальній площині, щоб ртуть досягла відкритого краю трубки? Тиск атмосфери нормальний.

**Відповідь:** $\omega = \sqrt{\dfrac{p_0\left(1 - \dfrac{b}{L-l}\right)}{\rho l\left(L - \dfrac{l}{2}\right)}}$.

## *Швидкість газових молекул. Розподіл Максвелла. Розподіл Больцмана.*

**22.** Визначити середню квадратичну $<\upsilon_{кв}>$, середню арифметичну $<\upsilon>$ і найбільш імовірну $\upsilon_{н.в.}$ швидкості молекул ідеального газу, густина якого при нормальному тиску $\rho = 1{,}2$ кг/м$^3$.

**Відповідь:** $<\upsilon_{кв}> = 503$ м/с, $<\upsilon> = 464$ м/с, $\upsilon_{н.в.} = 411$ м/с.

**23.** Обчислити середню квадратичну швидкість $<\upsilon'_{кв}>$ пилинки, маса якої $m = 10$ нг, вважаючи, що вона рухається у повітрі та перебуває з ним у тепловій рівновазі, і порівняти її з середньою квадратичною швидкістю $<\upsilon''_{кв}>$ молекул повітря при тій самій температурі $t = 22$ °С.

**Відповідь:** $<\upsilon'_{кв}> = \sqrt{\dfrac{3kT}{m}} = 1{,}1$ мкм/с, $\dfrac{<\upsilon''_{кв}>}{<\upsilon'_{кв}>} \approx 4{,}5 \cdot 10^8$ разів.

**24.** При температурі $t = 527$ °С найбільш імовірна швидкість молекул деякого газу $\upsilon_{н.в.} = 1820$ м/с. Встановити, який це газ.

**Відповідь:** гелій.

**25.** Визначити температуру $T$ азоту, при якій швидкостям молекул $\upsilon_1 = 200$ м/с та $\upsilon_2 = 500$ м/с відповідає одне й те саме значення функції розподілу $f(\upsilon)$.

**Відповідь:** $T = \dfrac{M}{2R} \dfrac{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2}{\ln \upsilon_2^2 - \ln \upsilon_1^2} = 193$ К.

**26.** Якою має бути температура $T$ повітря Землі, щоб середня квадратична швидкість молекули водню дорівнювала другій космічній швидкості?
**Відповідь:** $T = 10000$ К.

**27.** Встановити відношення кількості молекул кисню, швидкості яких при температурі $t = 127\,°\mathrm{C}$ лежать у межах 598...602 м/с, до кількості молекул, швидкості яких лежать у межах 298...302 м/с. Пояснити результат.

**Відповідь:** $\dfrac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \left(\dfrac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right)^2 \exp\left(\dfrac{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2}{\upsilon_1^2}\right)\dfrac{\Delta\upsilon_1}{\Delta\upsilon_2} = 1{,}1$.

**28.** На якій висоті $h$ над поверхнею Землі парціальний тиск вуглекислого газу зменшується у 2 рази? Температуру атмосфери вважати сталою і такою, що $t = 27\,°\mathrm{C}$.

**Відповідь:** $h = 3{,}84$ км.

**29.** На якій висоті $h$ над поверхнею Землі густина повітря при $t = 27\,°\mathrm{C}$ зменшується в $e$=2,718 рази порівняно з його густиною на рівні моря? Температуру, склад повітря й прискорення вільного падіння вважати незалежними від висоти.

**Відповідь:** $h = \dfrac{RT}{Mg} = 8{,}7$ км.

**30.** Біля поверхні Землі на мільйон молекул азоту припадає приблизно одна молекула водню. На якій висоті $h$ концентрація молекул водню й азоту в атмосфері вирівнюється? Вважати, що температура атмосфери $t = 0\,°\mathrm{C}$ і зі зміною висоти залишається такою самою.

**Відповідь:** $h = 123$ км.

**31.** Визначити середню потенціальну енергію $< U >$ молекули газу в Земній атмосфері, вважаючи останню ізотермічним ідеальним газом, а поле тяжіння – однорідним.

**Відповідь:** $< U > = kT$.

## *Явища переносу в газах*

**32.** У балоні електролампочки, об'єм якої становить 100 см$^3$, міститься 100 мг гелію. Визначити середню довжину $< l >$ вільного пробігу молекул гелію.

**Відповідь:** $< l >= 41$ мм.

**33.** Яким тискам $p$ відповідатиме вакуум для повітря у сферичній посудині діаметра 10см і в капілярі діаметра 1мкм при температурі 22°С?

**Відповідь:** $p_1 = 0{,}1$ Па*;* $p_2 = 10$ кПа.

**34.** Визначити граничну концентрацію $n$ молекул гелію у сферичній колбі діаметра $D = 10$ см, при якій зіткнень між молекулами на шляху, що дорівнює діаметрові колби, не буде.

**Відповідь:** $n \le \dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 D} = 6{,}3 \cdot 10^{19}$ м$^{-3}$.

**35.** Середня довжина вільного пробігу молекул гелію при деякому тиску і температурі 22°С дорівнює 0,1мкм. Після ізотермічного стиснення газ збільшився у 2 рази. Визначити середню кількість $z$ зіткнень молекул гелію в одиниці об'єму за одиницю часу після закінчення процесу.

**Відповідь:** $z = \dfrac{\frac{1}{2}\left(p_2 / p_1\right) < \upsilon >}{\sqrt{2}\pi d^2 < l >^2} \approx 1{,}6 \cdot 10^{36}$ м$^{-3}$с$^{-1}$.

**36.** Площа поверхні антикатода рентгенівської трубки $S = 2$ см$^2$. Обчислити, яку кількість ударів $z_0$ об поверхню антикатода здійснюють молекули повітря за 1 с при температурі $< t >= 7$ °С і тиску $p$ = 13,3 мПа.

**Відповідь:** $z_0 = \dfrac{1}{4}\dfrac{pS}{kT}\sqrt{\dfrac{8RT}{\pi M}} = 7{,}8 \cdot 10^{16}$ с$^{-1}$.

**37.** Внаслідок ізотермічного процесу розширення тиск газу зменшився в 1,5 рази. Як зміниться при цьому коефіцієнт дифузії азоту?

**Відповідь:** 1,5.

**38.** Визначити коефіцієнти дифузії $D$ і динамічної в'язкості $\eta$ повітря, якщо тиск $p$ = 100 кПа й температура $T = 17$ °С.

**Відповідь:** $D = 15{,}3$ мм$^2$/с, $\eta = 19{,}7$ мкПа·с.

**39.** Відстань між подвійними стінками посудини Дьюара $l$=8мм. При якому тиску $p$ коефіцієнт теплопровідності $\lambda$ азоту, що міститься між стінками посудини, почне зменшуватися під час відкачування? Температура азоту $T$= 250 К.

**Відповідь:** $p = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi a^2 l} = 1{,}01$ Па.

**40.** Визначити масу $m$ водню, яка буде перенесена внаслідок дифузії крізь поверхню, площа якої $\Delta S = 1$ дм$^2$, за час $\Delta\tau = 0{,}5$ хв при градієнті густини $\dfrac{\Delta\rho}{\Delta x} = 1{,}18$ кг/м$^4$ в напрямі, перпендикулярному до плоскої поверхні, якщо температура є незмінною і становить 17 °С, а тиск нормальний.

**Відповідь:** $m = 35$ мкг.

**41.** Між двома пластинками, розміщеними на відстані $l$=1мм одна від однієї, міститься повітря за нормальних умов. Між пластинками підтримується різниця температур $\Delta T = 1$ К, площа поверхні кожної пластинки $S = 10^{-2}$ м$^2$. Яка кількість теплоти $Q$ передається внаслідок теплопровідності від однієї пластинки до іншої за $\Delta t = 10$ хв, якщо температура теплішої пластинки $T$= 300К?

**Відповідь:** $Q = \dfrac{iS \cdot \Delta t \cdot \Delta T}{3N_A d^2 l}\sqrt{\dfrac{R^3 T}{\pi^3 M}} = 82$ Дж.

**42.** Зовнішня поверхня цегляної стіни завтовшки $l$=0,37м має температуру $T_1 = 258$ К, а внутрішня – $T_2 = 273$ К. Визначити кількість теплоти $\Delta Q$, що проходить крізь площу поверхні $S = 2$ м$^2$ цієї стіни за добу. Теплопровідність цегли $\lambda = 0{,}7$ Вт/(м·К).

**Відповідь:** $\Delta Q = \lambda \frac{T_2 - T_1}{l} S \Delta T = 4{,}9\,\text{МДж}.$

**43**. Один кінець залізного стрижня підтримується при температурі $t_1 = 100\,°\text{C}$, а інший – упирається в лід, температура якого $t_2 = 0\,°\text{C}$. Довжина стрижня $l$=14см, площа поперечного перерізу $S = 2\,\text{см}^2$. Обчислити кількість теплоти $Q$, що проходить за одиницю часу вздовж стрижня, та масу $m$ льоду, який перетвориться у воду при 0°С за час $\tau = 40\,\text{хв}$. Втратами теплоти крізь стінки стрижня нехтувати.

**Відповідь:** $Q = 8{,}36\,\text{Дж}$, $m = 60\,\text{г}$.

**44.** Обчислити силу $F$ внутрішнього тертя, що діє між двома плоскопаралельними шарами азоту, який перебуває за нормальних умов. Відносна швидкість шарів $u = 1\,\text{м/с}$, відстань між ними $h = 0{,}2\,\text{м}$, площа кожного шару $S = 0{,}2\,\text{м}^2$.

**Відповідь:** $F = \frac{2uS}{3d^2 hN_A}\left(\frac{MRT}{\pi^3}\right)^{\frac{1}{2}} = 1{,}8 \cdot 10^{-5}\,\text{Н}.$

## *Основи термодинаміки*

**45.** Різниця питомих теплоємностей для деякого газу $C_P - C_V = 198\,\text{Дж/(кг·К)}$. Визначити, який це газ.

**Відповідь:** $CO_2$.

**46.** Визначити питомі теплоємності $C_P$ і $C_V$ деякого газу, коли відомо, що його густина за нормальних умов $\rho = 1{,}43\,\text{кг/м}^3$, а відношення молярних теплоємностей дорівнює 1,4. Який це газ?

**Відповідь:** $C_p = 900\,\text{Дж/(кг·К)}$, $C_V = 649$ Дж/(кг·К), кисень.

**47.** Двохатомний газ, маса якого $m = 1$ кг, перебуває під тиском $p = 80$ кПа, його густина $\rho = 4$ кг/м$^3$. Визначити внутрішню енергію $U$ газу.

**Відповідь:** $U = \dfrac{i}{2}\dfrac{mp}{\rho} = 50$ кДж.

**48.** Стан ідеального газу змінюється за законом $p = \alpha V$. Визначити роботу $A$, виконану одним молем газу, якщо температура підвищилась на $\Delta T$.

**Відповідь:** $A = \dfrac{1}{2} R\Delta T$.

**49.** У вертикально розміщеному циліндрі під поршнем міститься $m = 160$ г кисню. Для підвищення температури кисню на $T = 20$ К при сталому тиску йому було надано кількість теплоти $Q = 2{,}91$ кДж. Визначити питому теплоємність кисню $C_P$ в цьому процесі; роботу $A$, яку виконує газ під час розширення, та зміну його внутрішньої енергії $\Delta U$.

**Відповідь:** $C_p = \dfrac{Q}{m\Delta T} = 900$ Дж/(кг·К).

**50.** Азот, маса якого $m = 0{,}1$ кг, був ізобарно нагрітий від $T_1 = 200$ К до $T_2 = 400$ К. Визначити роботу $A$, виконану газом, отриману ним теплоту $Q$ та зміну внутрішньої енергії азоту $\Delta U$.

**Відповідь:** $A = \dfrac{m}{M} R\left(T_2 - T_1\right) = 5{,}9$ Дж, $Q = \dfrac{m}{M}\dfrac{(i+2)}{2} R\left(T_2 - T_1\right) = 20$ кДж.

**51.** Інертний газ у посудині місткістю $V = 1$ м$^3$ при тиску $p = 10^5$ Па отримує теплоту $Q = 30$ кДж. Яким буде відносне збільшення температури $\dfrac{\Delta T}{T}$ газу?

**Відповідь:** $\dfrac{\Delta T}{T} = \dfrac{2Q}{ipV} = 0{,}2$.

**52.** Внаслідок ізотермічного розширення азоту при температурі $T$=280 К його об'єм збільшився вдвічі. Визначити роботу $A$, виконану під час розширення газу, зміну внутрішньої енергії $\Delta U$ та кількість теплоти $Q$, одержаної газом. Маса азоту $m = 0{,}2$ кг.

**Відповідь:** $A = Q = \dfrac{m}{M} RT \ln \dfrac{V_2}{V_1} = 11$ Дж, $\Delta U = 0$.

**53.** Кисень займає об'єм $V_1 = 100$ л і перебуває під тиском $p_1 = 200$ кПа. Під час нагрівання газ розширився при сталому тиску до об'єму $V_2 = 300$ л, а потім його тиск зріс до $p_2 = 500$ кПа при сталому об'ємі. Обчислити зміну внутрішньої енергії газу $\Delta U$, виконану газом роботу $A$ та теплоту $Q$, яку одержав газ. Побудувати графік процесу.

**Відповідь:** $\Delta U = \dfrac{i}{2}\left[ p_1 \left( V_2 - V_1 \right) + V_2 \left( p_2 - p_1 \right) \right] = 320$ кДж, $A = p_1 \left( V_2 - V_1 \right) = 40$ кДж.

**54.** Визначити зміну внутрішньої енергії $\Delta U$ ідеального одноатомного газу під час його адіабатного розширення від об'єму $V_0 = 10$ л, який він мав при нормальному тиску, до об'єму $V_1 = 320$ л.

**Відповідь:** $\Delta U = -\dfrac{i}{2} p_0 V_0 \left( 1 - \left( \dfrac{V_0}{V_1} \right)^{\gamma - 1} \right) = -1{,}3$ кДж.

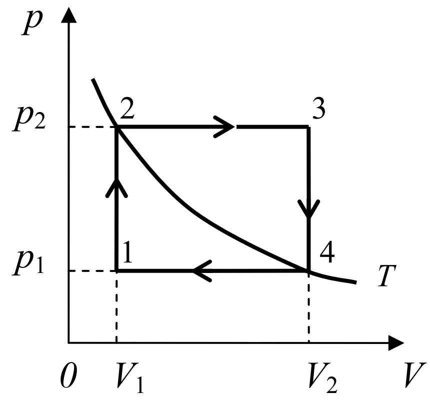
**55.** Внаслідок адіабатного розширення об'єм газу збільшується у 2 рази, а термодинамічна температура знижується в 1,32 рази. Скільки ступенів вільності $i$ мають молекули цього газу?

**Відповідь:** $i=5$.

**56.** Внаслідок адіабатного стиснення тиск повітря було збільшено від $p_1 = 50$ кПа до $p' = 0{,}5$ МПа. Потім при незмінному об'ємі температуру повітря було зменшено до початкової. Визначити тиск $p_2$ газу наприкінці процесу.

**Відповідь:** $p_2 = p' \left( \dfrac{p'}{p_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 0{,}25$ МПа.

**57.** Над повітрям, маса якого $m = 58$ г, здійснено цикл, який складається з двох ізобар і двох ізохор. Температура газу в стані 1 $T_1 = 293$ К, а в стані 3 температура $T_3 = 353$ К. Точки 2 і 4 лежать на одній ізотермі. Визначити роботу $A$, яка виконується за цикл.




**Відповідь:** $A = \frac{m}{M} R\left(T_1 - 2\sqrt{T_1 T_3} + T_3\right) = 46$ Дж.

**58.** Внаслідок ізотермічного розширення в циклі Карно газ одержав під нагрівника 150 кДж теплоти. Визначити роботу $A$ ізотермічного стиснення цього газу, коли відомо, що ККД циклу $\eta = 0{,}4$.

**Відповідь:** $A = -90$ Дж.

**59.** Коефіцієнт корисної дії ідеальної теплової машини $\eta = 25\,\%$. Яким буде холодильний коефіцієнт $\varepsilon$ цієї машини, якщо змусити її працювати за зворотним циклом Карно як холодильну машину?

**Відповідь:** $\varepsilon = \frac{1-\eta}{\eta} = 3$.

**60.** Яка кількість теплоти $Q_1'$ виділиться в кімнаті за добу від домашнього холодильника потужністю 150 Вт, якщо його холодильний коефіцієнт $\varepsilon = 8$?

**Відповідь:** $Q' = (\varepsilon + 1) P\tau = 116$ МДж.

**61.** Визначити зміну ентропії $\Delta S$ одного моля ідеального газу при адіабатному, ізотермічному, ізохорному та ізобарному процесах.

**Відповідь:** $\Delta S_Q = 0;\ \Delta S_T = \frac{Q}{T};\ \Delta S_p = C_p \ln\frac{T_2}{T_1};\ \Delta S_V = C_V \ln\frac{T_2}{T_1}$.

**62.** Вивести загальну формулу для обчислення зміни ентропії $\Delta S$ в довільному процесі для маси $m$ ідеального газу, молярна маса якого $M$.

**Відповідь:** $\Delta S = \frac{m}{M}\left( C_V \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{V_2}{V_1} \right)$.

**63.** У деякому процесі ентропія термодинамічної системи змінилася на $\Delta S = 1{,}38$ мДж/К. Як при цьому змінилася статистична вага $w$?

**Відповідь:** $\frac{w_2}{w_1} = e^{10^{20}}$ .

## *Реальні гази*

**64.** Кисень, маса якого $m = 0{,}64$ кг, займає об'єм $V = 0{,}24\ \text{м}^3$ при температурі $T$=293 К. Визначити тиск газу $p$, внутрішній тиск $p_i$, власний об'єм $V_0$ молекул.

**Відповідь:** $p = 200$кПа, $p_i = 950$ Па, $V_0 = \frac{m}{M}b = 0{,}6\ \text{дм}^3$.

**65.** Азот при тиску 200 кПа має густину $\rho = 2{,}25\ \text{кг/м}^3$. Визначити температуру $T$ та внутрішній тиск $p_i$ газу, вважаючи його: а) ідеальним; б) реальним.

**Відповідь:** *а*) $T = 299$ К, $p_i = 0$ *б*) $T = 299$ К, $p_i = 878$ Па .

**66**. Визначити внутрішній тиск $p_i$, водяної пари в критичному стані, якщо при цьому її густина $\rho = 200\ \text{кг/м}^3$.

**Відповідь:** $p_i = 68$ МПа.

**67.** Тиск водню в 10 разів більший від критичного, а об'єм дорівнює половині критичного. Визначити температуру $T$ одного моля газу.

**Відповідь:** $T = 46\,\text{К}$.

**68**. Азот, маса якого $m = 84\,\text{кг}$, при температурі $t = 27\,°\text{C}$ ізотермічно розширюється від об'єму $V_1 = 2\,\text{м}^3$ до об'єму $V_2 = 5\,\text{м}^3$. Вважаючи газ реальним, визначити приріст внутрішньої енергії $\Delta U$; роботу *A*, виконану газом; кількість теплоти *Q*, яку надано газові, та зміну його ентропії $\Delta S$.

**Відповідь:**

$$\Delta U = \nu^2 a\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right) = 367\,\text{кДж},\quad A = \nu RT\ln\left(\frac{V_2 - \nu b}{V_1 - \nu b}\right) = 7{,}1\,\text{МДж},$$

$$Q = 6{,}73\,\text{МДж},\quad \Delta S = \nu R\ln\left(\frac{V_2 - \nu b}{V_1 - \nu b}\right) = 24\,\text{кДж}.$$

## ЛІТЕРАТУРА


1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.1 Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Техніка, 1999.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. - М.: Наука, 1977-1986, т 2.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. – Москва: Наука, 1989, т.1.
4. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике. - М., Наука, 1988.
5. Загальний курс фізики. Збірник задач. /за ред. проф. Гаркуші І.П./ - К: Техніка, 2003.
6. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. - М.: Наука, 1988.