

Лабораторна робота № 5

ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ З ДОПОМОГОЮ ФІЗИЧНОГО МАЯТНИКА

Теорія методу та описання експериментальної установки

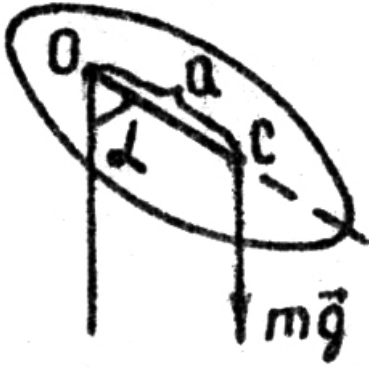


Рис.5.1

Фізичний маятник (рис. 5.1) являє собою тверде тіло, яке може коливатись відносно нерухомої горизонтальної осі під дією сили тяжіння. Рух такого тіла можна описати, використовуючи основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла в проекції на вісь обертання:

$$M = I \beta,$$

де I – момент інерції маятника відносно осі підвісу, β – кутове прискорення, M – алгебраїчна сума моментів зовнішніх сил відносно осі підвісу.

Нехай центр мас маятника знаходиться у точці C на відстані a від осі обертання маятника. O . Тоді на відхилений від положення рівноваги маятник масою m діє момент сили тяжіння:

$$M = -mga \sin \alpha$$

Знак "-" у записаній формулі відображає той факт, що момент сили намагається повернути маятник у положення рівноваги, тобто зменшити кут α відхилення маятника від положення рівноваги. Таким чином, знехтувавши силами тертя і опору рухові маятника та використавши основне рівняння динаміки обертального руху, дістанемо:

$$I \beta = -mga \sin \alpha \quad (5.1)$$

Для малих відхилень від положення рівноваги $\sin \alpha \approx \alpha$, отже рівняння (5.1) можна записати у вигляді:

$$I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + mga \alpha = 0 \quad (5.2)$$

Безпосередньою підстановкою можна переконатись у тому, що розв'язком рівняння (5.2) є функція

$$\alpha = \alpha_0 \cos \omega t \quad (5.3)$$

де α_0 - початковий кут відхилення маятника, $\omega = \sqrt{\frac{mga}{I}}$ – власна циклічна частота

гармонічних коливань маятника. Беручи до уваги формулу (5.3), можна зробити висновок про те, що при малих відхиленнях від положення рівноваги фізичний маятник здійснює гармонічні коливання, частота яких залежить від маси маятника, моменту інерції маятника відносно осі підвісу та відстані від цієї осі до центра мас маятника. Враховуючи зв'язок між частотою ω та періодом T коливань, період коливань фізичного маятника можна записати у вигляді

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}} \quad (5.4)$$

Позначимо через I_0 момент інерції маятника відносно осі, яка проходить через центр мас C і паралельна до осі підвісу. Згідно теореми Штейнера: $I = I_0 + ma^2$. Тоді маємо:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + ma^2}{mga}} \quad (5.5)$$

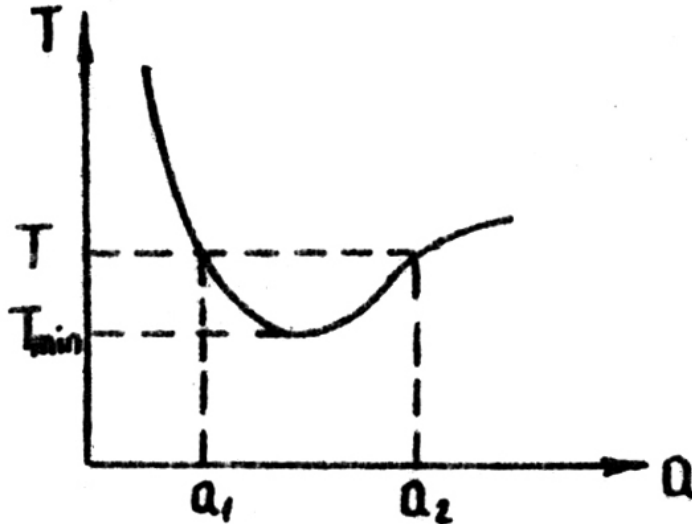


Рис. 5.2

Графік залежності періоду коливань фізичного маятника, від відстані між його центром мас та віссю підвісу зображений на рис.5.2.

З цього графіка випливає, що при $T > T_{\min}$ одне і те ж значення періоду коливань досягається при двох різних значеннях відстані a . Записуючи формулу (5.5) для двох збіжних значень: періоду коливань маятника, матимемо:

$$\frac{I_0 + ma_1^2}{mga_1} = \frac{I_0 + ma_2^2}{mga_2}$$

Звідси $I_0 = ma_1a_2$, тоді

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a_1 + a_2}{g}} \quad (5.6)$$

Формулою (5.6) можна користуватись для експериментального визначення прискорення вільного падіння g . Змінюючи відстань a між центром мас маятника і його віссю підвісу, необхідно побудувати графік залежності $1/T^2$ від a , з якого визначити значення відстаней a_1 та a_2 , для яких період коливань T має одне і те саме значення. Тоді прискорення вільного падіння можна визначити за формулою:

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} (a_1 + a_2). \quad (5.7)$$

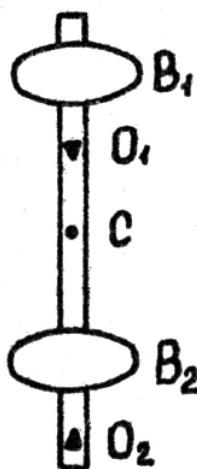


Рис.5.3

Другий спосіб визначення прискорення вільного падіння зв'язаний з вимірюванням приведеної довжини фізичного маятника. Приведеною довжиною фізичного маятника є довжина такого математичного маятника, період коливань якого дорівнює періоду коливань відповідного фізичного маятника. З порівняння формул для періодів коливань фізичного та математичного маятників видно, що приведена довжина фізичного маятника

$$l_{\text{пр}} = I / ma$$

Визначити приведену довжину фізичного маятника найзручніше з допомогою оборотного маятника.

Оборотний маятник (рис.5.3), який є одним з видів фізичного маятника, являє собою сталевий стрижень, на якому по різні боки від центру мас розташовані два масивні тягарці B_1 і B_2 , переміщуючи які вздовж стрижня можна в досить широких

межах змінювати період коливань. На стрижні також закріплені дві опорні призми O_1 і O_2 , за допомогою яких маятник можна підвісити на опору в двох положеннях: "прямому" та "обернутому", тобто він має дві осі підвісу по різні боки від центру мас.

Враховуючи можливість підвісу маятника у таких двох точках, графік залежності $T = T(a)$ оборотного маятника має дві симетричні гілки, які відповідають положенню точки підвісу по різні боки від центру мас (рис.5.4).

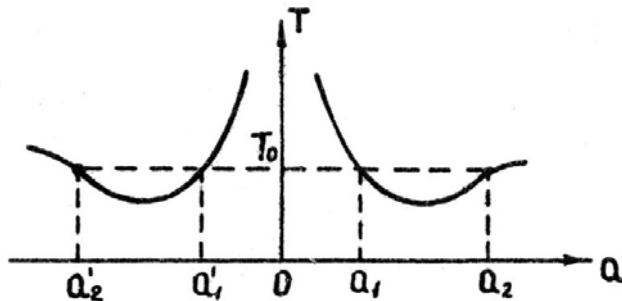


Рис.5.4

З графіка видно, що з кожного боку від центра мас маятника існує по два положення опорних призми, у яких періоди коливань маятника збігаються. Якщо при переміщенні тягарів по стрижню вдасться знайти таке положення тягаря, при якому періоди коливань маятника на обох опорних призмах однакові /але при цьому $\Delta \theta = 0$ /, то період коливань маятника:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{a_1 + a_2}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (5.8)$$

де $L = a_1 + a_2$ – відстань між опорними призмами маятника. У цьому випадку, як випливає з формули (5.8), приведена довжина фізичного маятника дорівнює відстані L між опорними призмами і, отже

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T_0^2} \quad (5.9)$$

Для визначення прискорення вільного падіння у даній роботі застосовується експериментальна установка (рис. 5.5), що складається з вертикального стояка, на верхньому кінці якого закріплений кронштейн, до якого за допомогою опорної призми (5) підвішений фізичний (оборотний) маятник, що являє собою сталевий стрижень (4) з двома тягарцями (3). Тягарці та опорні призми можна переміщувати вздовж стрижня і закріплювати у потрібному положенні за допомогою гвинтів. Положення тягарців визначається за шкалою, що нанесена на стрижні. У нижній частині стояка розташований кронштейн з фотоелектричним датчиком (2), який подає сигнал закінчення відліку часу і числа періодів коливань на цифровий мілісекундомір, розташований на передній панелі блока приладів (1).

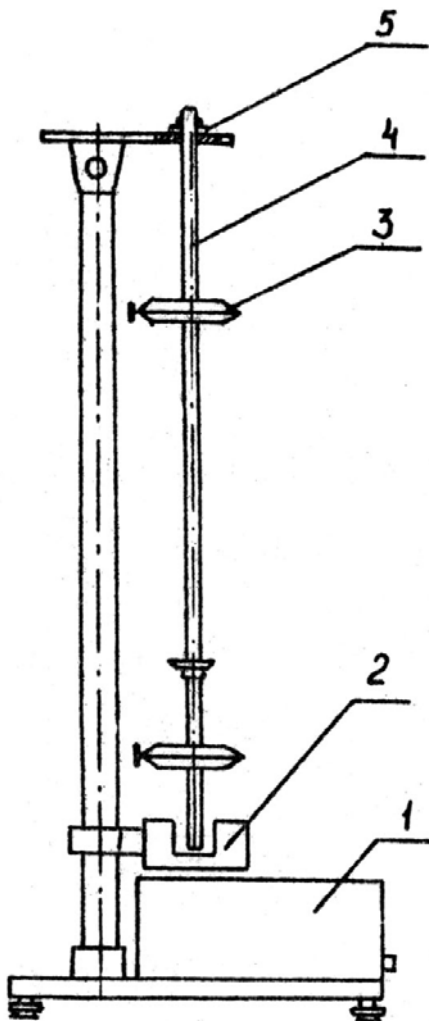


Рис.5.5

Обробка результатів вимірювань

1. Побудувати в одній системі координат графіки залежності періодів коливань T_1 та T_2 від положення X рухомого тягарця (рис.5.6).
2. За графіками знайти координату X_0 точки перетину.
3. За формулою (5.9) визначити прискорення вільного падіння.
4. Оцінити похибку результатів вимірювання (за вказівкою викладача).

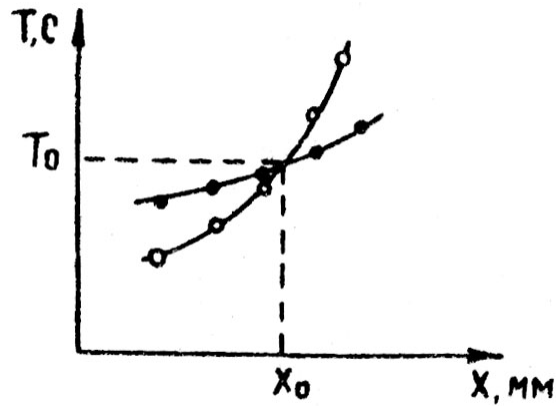


Рис. 5.6

Контрольні запитання

1. Розповісти про гармонічні коливання та їх основні характеристики. Як перетворюється енергія при гармонічних коливаннях?
2. Сформулювати теорему Штейнера та навести приклади її використання.
3. Дати визначення поняття фізичного маятника. Вивести формулу періоду коливань фізичного маятника.
4. Дати визначення приведеної довжини фізичного маятника. Від чого залежить її величина?
5. Який маятник називається оборотним? Які основні властивості оборотного маятника?
6. Як теоретично підрахувати момент інерції оборотного маятника? Які параметри установки для цього потрібно знати?
7. Як виміряти прискорення вільного падіння за допомогою фізичного маятника?
8. Як виміряти прискорення вільного падіння за допомогою оборотного маятника?