

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Р.В. Захарченко, С.В. Пальцун

# КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ З МЕХАНІКИ ТА МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ

*Рукопис*

«ЕК» НТУУ «КПІ», 2012

Р.В. Захарченко, С.В. Пальцун. Конспект лекцій з механіки та молекулярної фізики [Електронний ресурс]: рукоп. видан. для студентів енергетичних спеціальностей НТУУ “КПІ”, «ЕК» НТУУ “КПІ”, 2012 – 174 с.

Навчальний посібник за змістом відповідає стандартному курсу лекцій з механіки та молекулярної фізики і термодинаміки, який включає розділи від кінематики і динаміки точки до спеціальної теорії відносності і основ термодинаміки та молекулярно кінетичної теорії. Особливу увагу приділено встановленню основних понять механіки, аналізу експериментальних фактів та математичному формулюванню фундаментальних законів. Це безумовно сприятиме формуванню у читача матеріалістичного світогляду.

Для студентів фізичних спеціальностей вищих навчальних закладів.

## Зміст

### Фізичні основи механіки

#### Елементи кінематики

§ 1. Моделі в механіці. Система відліку. Траєкторія, довжина шляху, вектор переміщення	6
§ 2. Швидкість	8
§ 3. Прискорення і його складові	10
§ 4. Кутова швидкість та кутове прискорення	12
Контрольні питання	15
Задачі	16

#### Динаміка матеріальної точки та поступального руху твердого тіла

§ 5. Перший закон Ньютона. Маса. Сила	16
§ 6. Другий закон Ньютона	17
§ 7. Третій закон Ньютона	19
§ 8. Сили тертя	19
§ 9. Закон збереження імпульсу. Центр мас	21
§ 10. Рівняння руху тіла змінної маси	23
Контрольні питання	24
Задачі	25

#### Закон збереження енергії

§ 11. Енергія, робота, потужність	25
§ 12. Кінетична і потенціальна енергії	27
§ 13. Закон збереження енергії	30
§ 14. Графічне представлення енергії	32
§ 15. Зіткнення абсолютно пружних і непружних тіл	35
Контрольні питання	38
Задачі	39

#### Динаміка обертального руху твердого тіла

§ 16. Момент інерції	40
§ 17. Кінетична енергія обертання	41
§ 18. Момент сили. Рівняння динаміки обертального руху твердого тіла	42
§ 19. Момент імпульсу і закон його збереження	44

#### Закон збереження моменту імпульсу

§ 20. Вільні осі. Гіроскоп	47
§ 21. Деформації твердого тіла	50
Контрольні питання	53
Задачі	54

#### Тяжіння. Елементи теорії поля

§ 22. Закони Кеплера. Закон всесвітнього тяжіння	55
§ 23. Сила тяжіння і вага. Невагомість	56
§ 24. Поле тяжіння і його напруженість	57
§ 25. Робота в полі тяжіння. Потенціал поля тяжіння	57
§ 26. Космічні швидкості	60
§ 27. Неінерціальні системи відліку. Сили інерції	60
Контрольні питання	65
Задачі	65

#### Елементи механіки суцільних середовищ

#### Елементи механіки рідин

§ 28. Тиск в рідині і газі	66
§ 29. Рівняння нерозривності	67
§ 30. Рівняння Бернуллі і наслідки з нього	68

§ 31. В'язкість (внутрішнє тертя). Ламінарний і турбулентний режими течії рідин. ....	72
§ 32. Методи визначення в'язкості .....	74
§ 33. Рух тіл у рідинах і газах .....	75
Контрольні питання .....	77
Задачі .....	78
<b>Елементи спеціальної (частинної) теорії відносності</b>	
§ 34. Перетворення Галілея. Механічний принцип відносності .....	79
§ 35. Постулати спеціальної (частинної) теорії відносності .....	80
§ 36. Перетворення Лоренца .....	82
§ 37. Наслідки перетворень Лоренца .....	83
§ 38. Інтервал між подіями .....	87
§ 39. Основний закон релятивістської динаміки матеріальної точки .....	89
§ 40. Закон взаємозв'язку маси і енергії .....	90
Контрольні питання .....	93
Задачі .....	93
<b>Основи молекулярної фізики і термодинаміки</b>	
Статистичний і термодинамічний методи дослідження .....	94
<b>Молекулярно-кінетична теорія ідеальних газів</b>	
§ 41. Дослідні закони ідеального газу .....	95
§ 42. Рівняння Клапейрона – Менделєєва .....	98
§ 43. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів .....	100
§ 44. Закон Максвелла для розподілу молекул ідеального газу за швидкостями і енергіями теплового руху .....	102
§ 45. Барометрична формула. Розподіл Больцмана .....	105
§ 46. Середнє число зіткнень і середня довжина вільного пробігу молекул .....	107
§ 47. Дослідне обґрунтування молекулярно-кінетичної теорії .....	109
§ 48. Явища переносу в термодинамічно нерівноважних системах .....	110
§ 49. Вакуум і методи його одержання. Властивості ультрарозріджених газів .....	113
Контрольні питання .....	116
Задачі .....	116
<b>Основи термодинаміки</b>	
§ 50. Число ступенів свободи молекули. Закон рівномірного розподілу енергії по ступенях свободи молекул .....	117
§ 51. Перший закон термодинаміки .....	119
§ 52. Робота газу при зміні його об'єму .....	120
§ 53. Теплоємність .....	121
§ 54. Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів .....	123
§ 55. Адіабатичний процес. Політропний процес .....	126
§ 56. Коловий процес (цикл). Оборотні та необоротні процеси .....	129
§ 57. Ентропія, її статистичне тлумачення і зв'язок з термодинамічною ймовірністю ...	131
§ 58. Другий закон термодинаміки .....	133
§ 59. Теплові двигуни і холодильні машини. Цикл Карно і його ККД для ідеального газу .....	134
Контрольні питання .....	138
Задачі .....	139
<b>Реальні гази, рідини і тверді тіла</b>	
§ 60. Сили і потенціальна енергія міжмолекулярної взаємодії .....	140
§ 61. Рівняння Ван-дер-Ваальса .....	141
§ 62. Ізотерми Ван-дер-Ваальса та їх аналіз .....	143
§ 63. Внутрішня енергія реального газу .....	145
§ 64. Ефект Джоуля — Томсона .....	146

§ 65. Зрідження газів .....	149
§ 66. Властивості рідин. Поверхневий натяг .....	150
§ 67. Змочування .....	152
§ 68. Тиск під викривленою поверхнею рідини .....	154
§ 69. Капілярні явища .....	155
§ 70. Тверді тіла. Моно- і полікристали .....	156
§ 71. Типи кристалічних твердих тіл .....	157
§ 72. Дефекти в кристалах .....	164
§ 73. Теплоємність твердих тіл .....	165
§ 74. Випаровування, сублімація, плавлення і кристалізація. Аморфні тіла .....	167
§ 75. Фазові переходи I та II роду .....	169
§ 76. Діаграма стану. Потрійна точка .....	170
Контрольні питання .....	172
Задачі .....	172

## Лекція 9

### Основи термодинаміки

#### § 50. Число ступенів свободи молекули. Закон рівномірного розподілу енергії по ступенях свободи молекул

Важливою характеристикою термодинамічної системи є її **внутрішня енергія**  $U$  - енергія хаотичного (теплого) руху мікрочасток системи (молекул, атомів, електронів, ядер і т. д.) і енергія взаємодії цих часток. З цього визначення витікає, що до внутрішньої енергії не відноситься кінетична енергія руху системи як цілого і потенціальна енергія системи в зовнішніх полях.

Внутрішня енергія - *однозначна функція* термодинамічного стану системи, тобто у кожному стані система має цілком певну внутрішню енергію (вона не залежить від того, як система прийшла в цей стан). Це означає, що під час переходу системи з одного стану в інший зміна внутрішньої енергії визначається лише різницею значень внутрішньої енергії цих станів і не залежить від шляху переходу. В §1 було введено поняття числа ступенів свободи - числа незалежних змінних (координат), що повністю визначають положення системи в просторі. У ряді завдань молекулу одноатомного газу (рис. 77, а) розглядають як матеріальну точку, якій приписують три ступені свободи поступального руху. При цьому енергію обертального руху можна не враховувати ( $r \rightarrow 0$ ,  $J = mr^2 \rightarrow 0$ ,  $T_{\text{вр}} = J\omega^2/2 \rightarrow 0$ ).

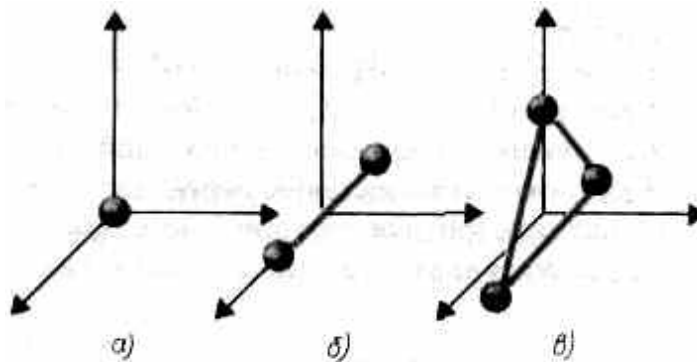


Рис. 77

У класичній механіці молекула двоатомного газу в першому наближенні розглядається як сукупність двох матеріальних точок, жорстко зв'язаних зв'язком (рис. 77, б), що не деформується. Ця система окрім трьох ступенів свободи поступального руху має ще два ступені свободи обертального руху. Обертання навколо третьої осі (осі, що проходить через обидва атоми) позбавлене сенсу. Таким чином, двоатомний газ має п'ять ступенів свободи ( $i=5$ ). Трьохатомна (рис. 77, в) і багатоатомна нелінійні молекули мають шість ступенів свободи: три поступальних і три обертальних. Ясно, що жорсткого зв'язку між атомами не існує. Тому для реальних молекул необхідно враховувати також ступені свободи коливального руху.

Незалежно від загального числа ступенів свободи молекул три ступені свободи завжди поступальні. Жоден з поступальних ступенів свободи не має переваги перед іншими, тому на кожен з них доводиться в середньому однакова енергія, що дорівнює  $1/3$  значення  $\langle \epsilon_0 \rangle$  в (43.8):

$$\langle \epsilon_1 \rangle = \frac{\langle \epsilon_0 \rangle}{3} = \frac{1}{2} kT.$$

У класичній статистичній фізиці виводиться **закон Больцмана про рівномірний розподіл енергії по ступенях свободи** молекул: для статистичної системи, що знаходиться в стані термодинамічної рівноваги, на кожен поступальний і обертальний ступінь свободи доводиться в середньому кінетична енергія, що дорівнює  $kT/2$ , а на кожен коливальний ступінь свободи - в середньому енергія, що дорівнює  $kT$ . Коливальний ступінь "має" вдвічі більшу енергію тому, що на нього припадає не лише кінетична енергія (як у випадку поступального і обертального рухів), але і потенціальна, причому середні значення кінетичної і потенціальної енергій однакові. Таким чином, середня енергія молекули

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

де  $i$  – сума числа поступальних, числа обертальних і подвоєного числа коливальних ступенів свободи молекули:

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{оберт}} + 2i_{\text{колив}}.$$

У класичній теорії розглядають молекули з жорстким зв'язком між атомами; для них  $i$  співпадає з числом ступенів свободи молекули.

Оскільки в ідеальному газі взаємна потенціальна енергія молекул дорівнює нулю (молекули між собою не взаємодіють), то внутрішня енергія, віднесена до одного моля газу, дорівнюватиме сумі кінетичних енергій  $N_A$  молекул :

$$U_m = \frac{i}{2} kT N_A = \frac{i}{2} RT. \quad (50.1)$$

Внутрішня енергія для довільної маси  $m$  газу

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT = \nu \frac{i}{2} RT,$$

де  $M$  – молярна маса,  $\nu$  – кількість речовини.

### §51. Перший закон термодинаміки

Розглянемо термодинамічну систему, для якої механічна енергія не змінюється, а змінюється лише її внутрішня енергія. Внутрішня енергія системи може змінюватися в результаті різних процесів, наприклад здійснення над системою роботи і надання їй теплоти. Так, всуваючи поршень в циліндр, в якому знаходиться газ, ми стискаємо цей газ, внаслідок чого його температура підвищується, тобто тим самим змінюється (збільшується) внутрішня енергія газу. З іншого боку, температуру газу і його внутрішню енергію можна підвищити за рахунок надання йому деякої кількості теплоти - енергії, переданої системі зовнішніми тілами шляхом теплообміну (процес обміну внутрішніми енергіями при контакті тіл з різними температурами) .

Таким чином, можна говорити про дві форми передачі енергії від одних тіл до інших: роботу і теплоту. Енергія механічного руху може перетворюватися на енергію

теплого руху і навпаки. При цих перетвореннях виконується закон збереження і перетворення енергії; стосовно термодинамічних процесів цим законом і є перший закон термодинаміки, встановлений в результаті узагальнення багатовікових дослідних даних.

Припустимо, що деяка система (газ, вміщений в циліндр під поршнем), маючи внутрішню енергію  $U_1$ , отримала деяку кількість теплоти  $Q$  і, перейшовши в новий стан, що характеризується внутрішньою енергією  $U_2$ , виконала роботу  $A$  над зовнішнім середовищем, тобто проти зовнішніх сил. Кількість теплоти вважається позитивною, якщо вона підводиться до системи, а робота - позитивною, коли система здійснює її проти зовнішніх сил. Досвід показує, що відповідно до закону збереження енергії при будь-якому способі переходу системи з першого стану в другий зміна внутрішньої енергії  $\Delta U = U_2 - U_1$  буде однаковою і дорівнюватиме різниці між кількістю теплоти  $Q$ , яка отримана системою, і роботою  $A$ , яку виконала система проти зовнішніх сил :

$$\Delta U = Q - A,$$

або

$$Q = \Delta U + A. \quad (51.1)$$

Рівняння (51.1) виражає **перший закон термодинаміки**: теплота, що надається системі, витрачається на зміну її внутрішньої енергії і на здійснення нею роботи проти зовнішніх сил.

Вираз (51.1) в диференціальній формі матиме вигляд

$$dQ = dU + dA,$$

або в більш коректній формі

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad (51.2)$$

де  $dU$  – нескінченно мала зміна внутрішньої енергії системи,  $\delta A$  – елементарна робота,  $\delta Q$  – безкінечно мала кількість теплоти. В цьому виразі  $dU$  є повним диференціалом, а  $\delta A$  і  $\delta Q$  такими не є. В подальшому ми будемо використовувати запис першого закону термодинаміки у формі (51.2).

З формули (51.1) витікає, що в СІ кількість теплоти виражається в тих же одиницях, що й робота та енергія, тобто у джоулях (Дж).

Якщо система періодично повертається у вихідний стан, то зміна її внутрішньої енергії  $\Delta U = 0$ . Тоді, відповідно до першого закону термодинаміки,

$$A = Q,$$

**тобто вічний двигун першого роду** - періодично діючий двигун, який здійснював би більшу роботу, ніж надана йому ззовні енергія, - неможливий (одне з формулювань першого закону термодинаміки).

## § 52. Робота газу при зміні його об'єму

Для розгляду конкретних процесів знайдемо в загальному вигляді зовнішню роботу, що здійснюється газом при зміні його об'єму. Розглянемо, наприклад, газ, що знаходиться під поршнем в циліндричній посудині (рис. 78). Якщо газ, розширюючись, пересуває поршень на нескінченно малу відстань  $dl$ , то виконує над ним роботу



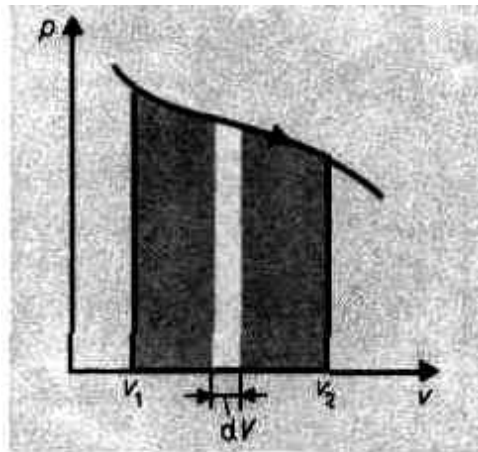
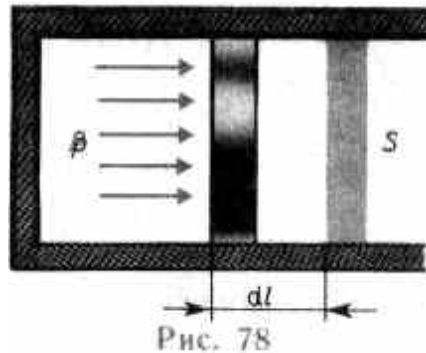
$$\delta A = Fdl = pSdl = pdV,$$

де  $S$  – площа поршня,  $Sdl = dV$  – зміна об'єму системи. Таким чином,

$$\delta A = pdV. \quad (52.1)$$

Повну роботу  $A$ , яку виконує газ при зміні його об'єму від  $V_1$  до  $V_2$ , знайдемо інтегруванням формули (52.1):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV. \quad (52.2)$$



Результат інтегрування визначається характером залежності між тиском і об'ємом газу. Знайдений для роботи вираз (52.2) справедливий при будь-яких змінах об'єму твердих, рідких і газоподібних тел.

Виконану при тому або іншому процесі роботу можна зобразити графічно за допомогою кривої в координатах  $p, V$ . Наприклад, зміна тиску газу при його розширенні зобразиться кривою на рис. 79. При збільшенні об'єму на  $dV$  здійснювана газом робота дорівнює  $p dV$ , тобто визначається площею смужки з основою  $dV$  на рисунку. Тому повна робота, що здійснюється газом при розширенні від об'єму  $V_1$  до об'єму  $V_2$ , визначається площею, обмеженою віссю абсцис, кривою  $p = f(V)$  і прямими  $V_1$  і  $V_2$ .

Графічно можна зображати лише **рівноважні процеси** - процеси, що складаються з послідовності рівноважних станів. Вони протікають так, що зміна термодинамічних параметрів за кінцевий проміжок часу нескінченно мала. Усі реальні процеси нерівноважні (вони протікають з кінцевою швидкістю), але у ряді випадків нерівноважністю реальних процесів можна нехтувати (чим повільніше процес протікає, тим він ближче до рівноважного). Процеси, що будемо розглядати надалі, вважатимемо рівноважними.

### § 53. Теплоємність

**Питома теплоємність речовини** величина, що дорівнює кількості теплоти, яка необхідна для нагрівання 1 кг речовини на 1 К :

$$c = \frac{\delta Q}{m dT}.$$

Одиниця питомої теплоємності - джоуль на кілограм-кельвін (Дж/(кг·К)).

**Молярна теплоємність** - величина, що дорівнює кількості теплоти, яка необхідна для нагрівання 1 моля речовини на 1 К:

$$C_m = \frac{\delta Q}{\nu dT}, \quad (53.1)$$

де  $\nu = m/M$  – кількість речовини, що виражає число молів.

Одиниця молярної теплоємності - джоуль на моль-кельвін (Дж/(моль·К)).

Питома теплоємність зв'язана з молярною  $C_m$  співвідношенням

$$C_m = cM, \quad (53.2)$$

де  $M$  — молярна маса речовини.

Розрізняють теплоємності за сталого об'єму і сталого тиску, якщо в процесі нагрівання речовини її об'єм або тиск підтримується сталим.

Запишемо вираз першого закону термодинаміки (51.2) для 1 моля газу з урахуванням формул (52.1) і (53.1):

$$C_m dT = dU_m + p dV_m. \quad (53.3)$$

Якщо газ нагрівається за сталого об'єму, то робота зовнішніх сил дорівнює нулю (див. (52.1)) і теплота, яка надається газу ззовні йде лише на збільшення його внутрішньої енергії :

$$C_v = \frac{dU_m}{dT}, \quad (53.4)$$

тобто молярна теплоємність газу за сталого об'єму  $C_v$  дорівнює зміні внутрішньої енергії 1 моля газу при підвищенні його температури на 1 К. Відповідно до формули (50.1)

$$dU_m = \frac{i}{2} R dT,$$

тоді

$$C_v = iR/2. \quad (53.5)$$

Якщо газ нагрівається за сталого тиску, то вираз (53.3) можна записати у вигляді

$$C_p = \frac{dU_m}{dT} + \frac{p dV_m}{dT}.$$

Враховуючи, що  $dU_m/dT$  не залежить від виду процесу (внутрішня енергія ідеального газу не залежить ні від  $p$ , ні від  $V$ , а визначається лише температурою  $T$ ) і завжди дорівнює  $C_v$  (див. (53.4)); продиференціювавши рівняння Клапейрона-Менделєєва  $pV_m = RT$  (42.4) по  $T$  ( $p = \text{const}$ ), отримаємо

$$C_p = C_v + R. \quad (53.6)$$

Вираз (53.6) називається **рівнянням Майєра**; він показує, що  $C_p$  завжди більше  $C_v$  на величину молярної газової сталої. Це пояснюється тим, що при нагріванні газу за сталого тиску потрібна ще додаткова кількість теплоти на здійснення роботи розширення газу, оскільки сталість тиску забезпечується збільшенням об'єму газу.

Використавши (53.5), вираз (53.6) можна записати у вигляді

$$C_p = \frac{i+2}{2} R. \quad (53.7)$$

Розглядаючи термодинамічних процесів важливо знати характерне для кожного газу відношення  $C_p$  до  $C_v$ .

$$\gamma = C_p/C_v = (i+2)/i. \quad (53.8)$$

З формул (53.5) і (53.7) виходить, що молярні теплоємності визначаються лише числом ступенів свободи і не залежать від температури. Це твердження молекулярно-кінетичної теорії справедливе в досить широкому інтервалі температур лише для одноатомних газів. Вже у двоатомних газів число ступенів свободи, що проявляється в теплоємності, залежить від температури. Молекула двоатомного газу має три поступальних, два обертальних і один коливальний ступінь свободи.

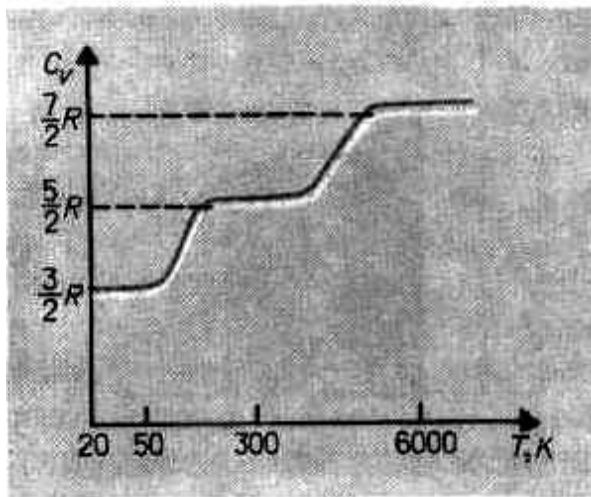


Рис. 80

За законом рівномірного розподілу енергії по ступенях свободи (див. § 50), для кімнатних температур  $C_v = 7/2 R$ . З якісної експериментальної залежності молярної теплоємності  $C_v$  водню (рис. 80) виходить, що  $C_v$  залежить від температури: за низької температури ( $\approx 50$  К)  $C_v = 3/2 R$ , за кімнатної -  $C_v = 5/2 R$  (замість розрахункових  $7/2 R$ ) і за дуже високої -  $C_v = 7/2 R$ . Це можна пояснити, припустивши, що за низьких температур спостерігається тільки поступальний рух молекул, за кімнатних - додається їх обертання, а при високих - до цих двох видів руху додається ще коливання молекул.

Розбіжність теорії і експерименту неважко пояснити. Річ у тому, що при обчисленні теплоємності потрібно враховувати квантування енергії обертання і коливань молекул (можливі не будь-які обертальні і коливальні енергії, а лише певний дискретний ряд значень енергій). Якщо енергія теплового руху недостатня, наприклад, для збудження коливань, то ці коливання не вносять свого вкладу в теплоємність (відповідний ступінь свободи "заморожується" - до неї непридатний закон рівнорозподілу енергії). Цим пояснюється, що теплоємність моля двоатомного газу - водню - за кімнатної температури дорівнює  $5/2 R$  замість  $7/2 R$ . Аналогічно можна пояснити зменшення теплоємності за низької температури ("заморожуються" обертальні ступені свободи) і збільшення за високої ("збуджуються" коливальні ступені свободи).

#### § 54. Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів

Серед рівноважних процесів, що відбуваються з термодинамічними системами, виділяються **ізопроцеси**, при яких один з основних параметрів стану зберігається сталим.

**Ізохорний процес** ( $V = \text{const}$ ). Діаграма цього процесу (**ізохора**) в координатах  $p, V$  зображається прямою, паралельною осі ординат (рис. 81), де процес 1-2 це ізохорне нагрівання, а 1-3 - ізохорне охолодження. При ізохорному процесі газ не виконує роботи над зовнішніми тілами, тобто

$$\delta A = p dV = 0.$$

Як вже вказувалося в § 53, з першого закону термодинаміки ( $\delta Q = dU + \delta A$ ) для ізохорного процесу витікає, що вся теплота, яка надається газу, йде на збільшення його внутрішньої енергії:

$$\delta Q = dU$$

Відповідно до формули (53.4),  $dU_m = C_v dT$ .

Тоді для довільної маси газу одержимо

$$\delta Q = dU = \frac{m}{M} C_V dT. \quad (54.1)$$

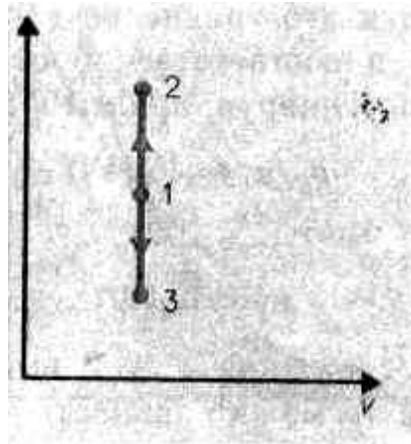


Рис. 81

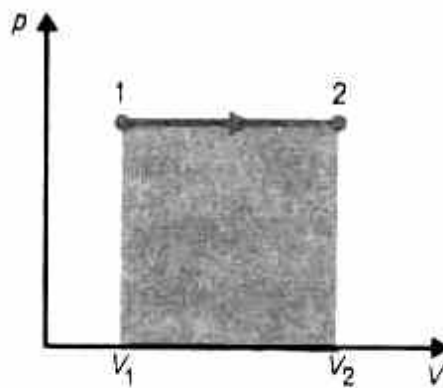


Рис. 82

**Ізобарний процес** ( $p = \text{const}$ ). Діаграма цього процесу (**ізобара**) в координатах  $p, V$  зображується прямою, паралельною осі  $V$ . При ізобарному процесі робота газу (див. (52.2)) при збільшенні об'єму від  $V_1$  до  $V_2$  дорівнює

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p (V_2 - V_1) \quad (54.2)$$

і визначається площею прямокутника, виконаного в кольорі на рис. 82. Якщо використати рівняння (42.5) Клапейрона-Менделєєва для вибраних нами двох станів, то

$$pV_1 = \frac{m}{M} RT_1, \quad pV_2 = \frac{m}{M} RT_2,$$

звідки

$$V_2 - V_1 = \frac{m}{M} \frac{R}{p} (T_2 - T_1).$$

Тоді вираз (54.2) для роботи ізобарного розширення прийме вигляд

$$A = \frac{m}{M} R (T_2 - T_1). \quad (54.3)$$

З цього виразу витікає *фізичний смисл молярною газової сталої R*: якщо  $T_2 - T_1 = 1\text{K}$ , то для 1 моля газу  $R=A$ , тобто  $R$  чисельно дорівнює роботі ізобарного розширення 1 моля ідеального газу при нагріванні його на 1 К.

В ізобарному процесі при наданні газу масою  $m$  кількості теплоти

$$\delta Q = \frac{m}{M} C_p dT$$

його внутрішня енергія зростає на величину (відповідно до формули (53.4))

$$dU = \frac{m}{M} C_v dT.$$

При цьому газ виконає роботу, яка визначається виразом (54.3).

**Ізотермічний процес** ( $T=\text{const}$ ). Як вже вказувалося в §41, ізотермічний процес описується законом Бойля-Маріотта:

$$pV = \text{const}.$$

Діаграма цього процесу (**ізотерма**) в координатах  $p, V$  є гіперболою (див. рис.60), розташованою на діаграмі тим вище, чим вище температура, за якою відбувався процес. Виходячи з виразів (52.2) і (42.5) знайдемо роботу ізотермічного розширення газу :

$$\begin{aligned} A &= \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V} = \\ &= \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}. \end{aligned}$$

Оскільки при  $T=\text{const}$  внутрішня енергія ідеального газу не змінюється:

$$dU = \frac{m}{M} C_v dT = 0,$$

те з першого закону термодинаміки ( $\delta Q = dU + \delta A$ ) витікає, що для ізотермічного процесу

$$\delta Q = \delta A,$$

тобто вся кількість теплоти, що надається газу, витрачається на виконання ним роботи проти зовнішніх сил:

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (54.4)$$

Отже, для того, щоб при роботі розширення температура не зменшувалася, до газу впродовж ізотермічного процесу необхідно підводити кількість теплоти, еквівалентну зовнішній роботі розширення.

### § 55. Адіабатичний процес. Політропний процес

**Адіабатичним** називається процес, при якому відсутній теплообмін ( $\delta Q=0$ ) між системою і навколишнім середовищем. До адіабатичних процесів можна віднести усі швидкоплинні процеси. Наприклад, адіабатичним процесом можна вважати процес поширення звуку в середовищі, оскільки швидкість поширення звукової хвилі настільки велика, що обмін енергією між хвилею і середовищем не встигає відбутись. Адіабатичні процеси застосовуються в двигунах внутрішнього згоряння, в холодильних установках і т. д.

**З першого закону термодинаміки** ( $\delta Q=dU+\delta A$ ) для адіабатичного процесу витікає, що

$$\delta A=-dU, \quad (55.1)$$

тобто зовнішня робота здійснюється за рахунок зміни внутрішньої енергії системи.

Використовуючи вирази (52.1) і (53.4), для довільної маси газу перепишемо рівняння (55.1) у вигляді

$$p \, dV = -\frac{m}{M} C_V \, dT. \quad (55.2)$$

Продиференціювавши рівняння стану для ідеального газу  $pV=(m/M)RT$ , одержимо

$$p \, dV + V \, dp = \frac{m}{M} R \, dT. \quad (55.3)$$

Виключимо з (55.2) і (55.3) температуру  $T$ :

$$\frac{p \, dV + V \, dp}{p \, dV} = -\frac{R}{C_V} = -\frac{C_p - C_V}{C_V}.$$

Розділивши змінні і враховуючи, що  $C_p/C_V = \gamma$  (див. (53.8)), знайдемо

$$dp/p = -\gamma dV/V.$$

Інтегруючи це рівняння в границях від  $p_1$  до  $p_2$  і відповідно від  $V_1$  до  $V_2$ , а потім потенціюючи, прийдемо до виразу

$$p_2/p_1=(V_1/V_2)^\gamma.$$

або

$$p_1V_1^\gamma=p_2V_2^\gamma.$$

Оскільки стани 1 і 2 вибрані довільно, то можна записати

$$pV^\gamma=\text{const. (55.4)}$$

Одержаний вираз є **рівнянням адіабатичного процесу**, що називається також **рівнянням Пуассона**.

Для переходу до змінних  $T$ ,  $V$  або  $p$ ,  $T$  виключимо з (55.4) за допомогою рівняння Клапейрона-Менделєєва

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

відповідно тиск або об'єм:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const. (55.5)}$$

$$T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const. (55.6)}$$

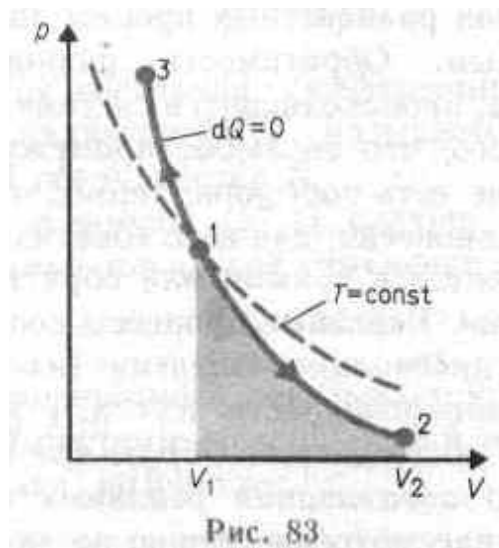
Вирази (55.4)-(55.6) є рівняннями адіабатичного процесу. У цих рівняннях безрозмірна величина (див. (53.8) і (53.2))

$$\gamma = C_p/C_V = c_p/c_V = (i+2)/i \quad (55.7)$$

називається **показником адіабати** (або **коефіцієнтом Пуассона**). Для одноатомних газів (Ne, He та ін.), що досить добре вдовольняють умову ідеальності,  $i = 3$ ,  $\gamma=1,67$ . Для двоатомних газів ( $H_2$ ,  $N_2$ ,  $O_2$  та ін.)  $i = 5$ ,  $\gamma=1,4$ . Значення  $\gamma$ , обчислені за формулою (55.7), добре підтверджуються експериментом.

Діаграма адіабатичного процесу (**адіабата**) в координатах  $p$ ,  $V$  зображується гіперболою (рис.83). На рисунку видно, що адіабата ( $pV^\gamma=\text{const}$ ) крутіша, ніж ізотерма ( $pV=\text{const}$ ). Це пояснюється тим, що при адіабатичному стисканні 1-3 збільшення тиску газу обумовлене не лише зменшенням його об'єму, як при ізотермічному стисканні, але й підвищенням температури.





Обчислимо роботу, що виконується газом в адиабатичному процесі. Запишемо рівняння (55.2) у вигляді

$$\delta A = - \frac{m}{M} C_V dT.$$

Якщо газ адиабатично розширюється від об'єму  $V_1$  до  $V_2$ , то його температура зменшується від  $T_1$  до  $T_2$  і робота розширення ідеального газу

$$A = - \frac{m}{M} C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2). \quad (55.8)$$

Застосовуючи ті ж прийоми, що і при виведенні формули (55.5), вираз (55.8) для роботи при адиабатичному розширенні можна привести до вигляду

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] =$$

$$= \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right],$$

где  $p_1 V_1 = \frac{m}{M} RT_1$ .

Робота, яка виконується газом при адиабатичному розширенні 1-2 (визначається площею, виконаною в кольорі на рис. 83), менше, ніж при ізотермічному. Це пояснюється тим, що при адиабатичному розширенні відбувається охолодження газу, тоді як при ізотермічному - температура підтримується сталою за рахунок припливу ззовні еквівалентної кількості теплоти.

Розглянуті ізохорний, ізобарний, ізотермічний і адиабатичний процеси мають загальну особливість - вони відбуваються за сталої теплоємності. В перших двох процесах теплоємності відповідно дорівнюють  $C_V$  і  $C_p$ , в ізотермічному процесі ( $dT=0$ ) теплоємність

дорівнює  $\pm\infty$ , в адиабатичному ( $\delta Q=0$ ) теплоємність дорівнює нулю. Процес, в якому теплоємність залишається сталою, називається **політропним**.

Виходячи з першого закону термодинаміки за умови сталої теплоємності ( $C = \text{const}$ ) можна вивести рівняння політропи:

$$pV^n = \text{const}, \quad (55.9)$$

де  $n=(C-C_p)/(C-C_v)$  – показник політропи. Очевидно, що при  $C=0$ ,  $n=\gamma$  з (55.9) виходить рівняння адиабати; при  $C=\infty$ ,  $n=1$  - рівняння ізотерми; при  $C=C_p$ ,  $n=0$  - рівняння ізобари, при  $C=C_v$ ,  $n=\pm\infty$  - рівняння ізохори. Таким чином, усі розглянуті процеси є окремими випадками політропного процесу.

### §56. Коловий процес (цикл). Оборотні та необоротні процеси

**Коловим процесом** (або **циклом**) називається процес, при якому система, пройшовши через ряд станів, повертається в початковий. На діаграмі процесів цикл зображується замкненою кривою (рис.84). Цикл, що здійснюється ідеальним газом, можна розбити на процеси розширення (1-2) і стискання (2-1) газу. Робота розширення (визначається площею фігури 1a2V<sub>2</sub>V<sub>1</sub>1) позитивна ( $dV>0$ ), робота стискання (визначається площею фігури 2b1V<sub>1</sub>V<sub>2</sub>2) негативна ( $dV<0$ ). Отже, робота, що здійснюється газом за цикл, визначається площею, яка охоплюється замкненою кривою. Якщо за **цикл**

здійснюється позитивна робота  $A = \oint p dV > 0$  (цикл протікає за годинниковою стрілкою), то він називається **прямим** (рис. 84, а), якщо за цикл здійснюється негативна

робота  $A = \oint p dV < 0$  (цикл протікає проти годинникової стрілки), то він називається **зворотним** (рис. 84, б).

Прямий цикл використовується в *теплових двигунах* - періодично діючих двигунах, які виконують роботу за рахунок отриманої ззовні теплоти. Зворотний цикл використовується в *холодильних машинах* - періодично діючих установках, в яких за рахунок роботи зовнішніх сил теплота переноситься до тіла з більш високою температурою.

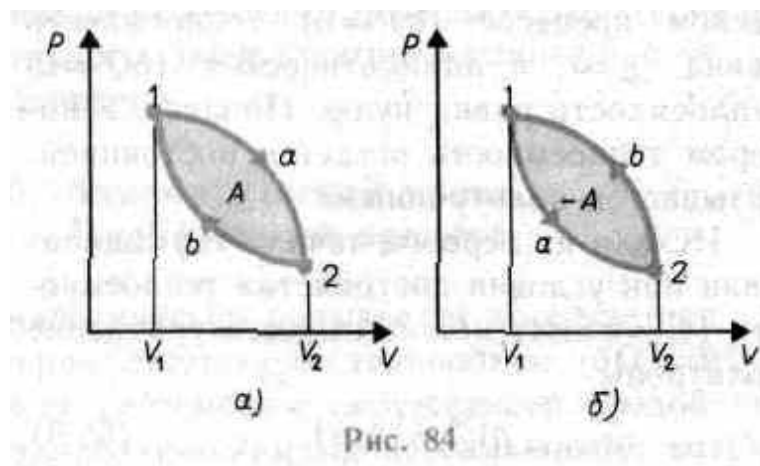


Рис. 84

В результаті колового процесу система повертається в початковий стан і, отже, повна зміна внутрішньої енергії газу дорівнює нулю. Тому перший закон термодинаміки (51.1) для колового процесу

$$Q = \Delta U + A = A, \quad (56.1)$$

тобто робота, яка виконується за цикл, дорівнює кількості отриманої ззовні теплоти. Проте в результаті колового процесу система може теплоту як отримувати, так і віддавати, тому

$$Q=Q_1-Q_2,$$

де  $Q_1$  - кількість теплоти, отримана системою,  $Q_2$  - кількість теплоти, віддана системою. Тому **термічний коефіцієнт корисної дії для колового процесу**

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \quad (56.2)$$

Термодинамічний процес називається **оборотним**, якщо він може відбуватися як в прямому, так і у зворотному напрямі, причому якщо такий процес відбувається спочатку в прямому, а потім у зворотному напрямі і система повертається в початковий стан, то в навколишньому середовищі і в цій системі не відбувається ніяких змін. Будь-який процес, який не задовольняє цим умовам, є **необоротним**.

Будь-який рівноважний процес є оборотним. Оборотність рівноважного процесу, що відбувається в системі, витікає з того, що будь-який її проміжний стан є станом термодинамічної рівноваги; для нього "байдуже", йде процес в прямому або зворотному напрямку. Реальні процеси супроводжуються дисипацією енергії (через тертя, теплопровідність і т.д.), яка нами не обговорюється. *Оборотні процеси - це ідеалізація реальних процесів.* Їх розгляд важливий з двох причин: 1) багато процесів в природі і техніці практично оборотні; 2) оборотні процеси є найбільш економічними; мають максимальний термічний коефіцієнт корисної дії, що дозволяє вказати шляхи підвищення ККД реальних теплових двигунів.

## § 57. Ентропія, її статистичне тлумачення і зв'язок з термодинамічною ймовірністю

Поняття ентропії введене в 1865 р. Р. Клаузіусом. Для з'ясування фізичного змісту цього поняття розглядають відношення теплоти  $Q$ , отриманої тілом в ізотермічному процесі, до температури  $T$  тіла, яке віддає теплоту, що називається **зведеною кількістю теплоти**.

Зведена кількість теплоти, що надається тілу на нескінченно малій ділянці процесу, дорівнює  $\delta Q/T$ . Строгий теоретичний аналіз показує, що зведена кількість теплоти, що надається тілу у *будь-якому оборотному коловому процесі*, дорівнює нулю:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0. \quad (57.1)$$

З рівності нулю інтеграла (57.1), взятого по замкненому контуру, витікає, що підінтегральний вираз  $\delta Q/T$  є повним диференціалом певної функції, яка визначається лише станом системи і не залежить від шляху, яким система прийшла в цей стан. Таким чином

$$\frac{\delta Q}{T} = dS. \quad (57.2)$$

Функція стану, диференціалом якої є  $\delta Q/T$ , називається **ентропією** і позначається  $S$ .

З формули (57.1) виходить, що для оборотних процесів зміна ентропії

$$\Delta S = 0. \quad (57.3)$$

У термодинаміці доводиться, що ентропія системи, яка здійснює необоротний цикл, зростає:

$$\Delta S > 0. \quad (57.4)$$

Вирази (57.3) і (57.4) відносяться лише до *замкнених систем*, якщо ж система обмінюється теплотою із зовнішнім середовищем, то її ентропія може поводити себе будь-яким чином. Співвідношення (57.3) і (57.4) можна представити у вигляді **нерівності Клаузіуса**

$$\Delta S \geq 0, \quad (57.5)$$

тобто ентропія замкненої системи може *або зростати* (у випадку необоротних процесів), *або залишатися сталою* (у випадку оборотних процесів).

Якщо система здійснює рівноважний перехід зі стану 1 в стан 2, то, відповідно до (57.2), зміна ентропії

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU + \delta A}{T}, \quad (57.6)$$

де підінтегральний вираз і границі інтегрування потрібно виразити через величини, що характеризують досліджуваний процес. Формула (57.6) визначає ентропію лише з точністю до *аддитивної сталої*. Фізичний зміст має не сама ентропія, а різниця ентропії.

Виходячи з виразу (57.6), знайдемо зміну ентропії в процесах ідеального газу. Оскільки  $dU = (m/M)C_v dT$ ,

$$\begin{aligned} \delta A = p dV &= \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V}, \text{ то} \\ \Delta S_{1 \rightarrow 2} &= S_2 - S_1 = \\ &= \frac{m}{M} C_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \frac{m}{M} R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}, \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \Delta S_{1 \rightarrow 2} &= S_2 - S_1 = \\ &= \frac{m}{M} \left( C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right). \quad (57.7) \end{aligned}$$

тобто зміна ентропії  $\Delta S_{1 \rightarrow 2}$  ідеального газу під час переходу його зі стану 1 в стан 2 не залежить від виду процесу переходу  $1 \rightarrow 2$ .

Оскільки для адіабатичного процесу  $\delta Q=0$ , то  $\Delta S = 0$  і, отже,  $S = \text{const}$ , тобто адіабатичний оборотний процес протікає за сталої ентропії. Тому його часто називають **ізоентропійним процесом**. З формули (57.7) витікає, що при ізотермічному процесі ( $T_1=T_2$ )

$$\Delta S = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1};$$

при ізохорному процесі ( $V_1=V_2$ )

$$\Delta S = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Ентропія має властивість *аддитивності*: ентропія системи дорівнює сумі ентропій тіл, що входять в систему. Властивість аддитивності мають також внутрішня енергія, маса, об'єм (температура і тиск такої властивості не мають).

Більш глибокий смисл ентропії розкривається в статистичній фізиці, ентропія пов'язується з термодинамічною ймовірністю стану системи. **Термодинамічна ймовірність**  $W$  стану системи - це *число способів*, якими може бути реалізований цей стан макроскопічної системи, або число мікростанів, які реалізують цей макростан (за визначенням,  $W \geq 1$ , тобто термодинамічна ймовірність не є ймовірністю в математичному сенсі (остання  $\leq 1$ !)).

Згідно з Больцманом (1872), ентропія  $S$  системи і термодинамічна ймовірність пов'язані між собою таким чином:

$$S = k \ln W, \quad (57.8)$$

де  $k$  - стала Больцмана. Таким чином, ентропія визначається логарифмом числа мікростанів, за допомогою яких може бути реалізований цей макростан. Отже, ентропія може розглядатися як міра ймовірності стану термодинамічної системи. Формула Больцмана (57.8) дозволяє дати ентропії таке *статистичне* тлумачення: *ентропія є мірою невпорядкованості системи*. Справді, чим більше число мікростанів, які реалізують даний макростан, тим більше ентропія. У стані рівноваги - найбільш ймовірному стані системи - число мікростанів максимальне, при цьому максимальна і ентропія.

Оскільки реальні процеси необоротні, то можна стверджувати, що усі процеси в замкненій системі ведуть до збільшення її ентропії - **принцип зростання ентропії**. При статистичному тлумаченні ентропії це означає, що процеси в замкненій системі йдуть у напрямку збільшення числа мікростанів, іншими словами, від менш ймовірних станів до більш ймовірних, доти, доки ймовірність стану не стане максимальною.

Зіставляючи вирази (57.5) і (57.8), бачимо, що ентропія і термодинамічна ймовірність станів замкненої системи можуть або зростати (у випадку необоротних процесів), або залишатися сталими (у разі оборотних процесів).

Відзначимо, проте, що ці твердження мають місце для систем, що складаються з дуже великої кількості часток, але можуть порушуватися в системах з малою кількістю часток. Для "малих" систем можуть спостерігатися флуктуації, тобто ентропія і термодинамічна ймовірність станів замкненої системи на певному відрізку часу можуть убувати, а не зростати, або залишатися сталими.

## § 58. Другий закон термодинаміки

Перший закон термодинаміки, виражаючи закон збереження і перетворення енергії, не дозволяє встановити напрям протікання термодинамічних процесів. Крім того, можна представити безліч процесів, що не суперечать першому початку, в яких енергія зберігається, а в природі вони не реалізуються. Поява другого закону термодинаміки - необхідність дати відповідь на питання, які процеси в природі можливі, а які ні, - визначає напрямок розвитку процесів.

Використовуючи поняття ентропії і нерівність Клаузіуса (див. §57), **другий закон термодинаміки** можна сформулювати як **закон зростання ентропії** замкненої системи при необоротних процесах: будь-який необоротний процес в замкненій системі відбувається так, що ентропія системи при цьому зростає.

Можна дати більш коротке формулювання другого закону термодинаміки : *в процесах, які відбуваються в замкненій системі, ентропія не убиває*. Тут суттєво, що йдеться про замкнені системи, оскільки в незамкнених системах ентропія може поводитись будь-яким чином (убувати, зростати, залишатися сталою). Крім того, відзначимо ще раз, що ентропія залишається сталою в замкненій системі лише при оборотних процесах. При необоротних процесах в замкненій системі ентропія завжди зростає.

Формула Больцмана (57.8) дозволяє пояснити зростання ентропії в замкненій системі при необоротних процесах, яке постулює другий закон термодинаміки: *зростання ентропії* означає перехід системи з *менш ймовірних у більш ймовірні* стани. Таким чином, формула Больцмана дозволяє дати статистичне тлумачення другого закону термодинаміки. Воно, як статистичний закон, описує закономірності хаотичного руху великого числа часток, що утворюють замкнену систему.

Наведемо ще два формулювання другого закону термодинаміки :

1) **за Кельвіном**: неможливий коловий процес, єдиним результатом якого є перетворення теплоти, отриманої від нагрівача, в еквівалентну їй роботу;

2) **за Клаузіусом**: неможливий коловий процес, єдиним результатом якого є передача теплоти від менш нагрітого тіла до більш нагрітого.

Можна досить просто довести (дамо цю можливість читачеві) еквівалентність формулювань Кельвіна і Клаузіуса. Крім того, показано, що якщо в замкненій системі провести уявний процес, що суперечить другому закону термодинаміки у формулюванні Клаузіуса, то він супроводжується зменшенням ентропії. Це ж доводить еквівалентність формулювання Клаузіуса (а отже, і Кельвіна) і статистичного формулювання, згідно якого ентропія замкненої системи не може убивати.

В середині XIX ст. виникла проблема так званої **теплової смерті Всесвіту**. Розглядаючи Всесвіт як замкнену систему і застосовуючи до нього другий закон термодинаміки, Клаузіус звів його зміст до твердження, що ентропія Всесвіту повинна досягти свого максимуму. Це означає, що з часом усі форми руху повинні перейти в теплову. Перехід же теплоти від гарячих тіл до холодних приведе до того, що температура усіх тіл у Всесвіті вирівняється, тобто настане повна тепла рівновага і усі процеси у Всесвіті припиняться - настане тепла смерть Всесвіту. Помилковість висновку про теплову смерть полягає в тому, що безглуздо застосовувати другий закон термодинаміки до незамкнених систем, наприклад до такої безмежної і нескінченної системи, яка розвивається, як Всесвіт.

Перші два закони термодинаміки дають недостатньо відомостей про поведінку термодинамічних систем при нулі Кельвіна. Вони доповнюються **третім законом термодинаміки**, або **теоремою Нернста-Планка**: ентропія усіх тіл в стані рівноваги прямує до нуля у міру наближення температури до нуля Кельвіна :

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0.$$

Оскільки ентропія визначається з точністю до аддитивної сталої, то цю сталу зручно взяти такою, що дорівнює нулю (відмітимо, проте, що це довільне припущення, оскільки ентропія за своєю суттю завжди визначається з точністю до аддитивної сталої). З теореми Нернста-Планка виходить, що теплоємності  $C_p$  і  $C_v$  при 0 К дорівнюють нулю.

### § 59. Теплові двигуни і холодильні машини. Цикл Карно і його ККД для ідеального газу

З формулювання другого закону термодинаміки за Кельвіном витікає, що **вічний двигун другого роду** - періодично діючий двигун, що виконує роботу за рахунок охолодження одного джерела теплоти, - неможливий. Для ілюстрації цього положення розглянемо роботу теплового двигуна (історично другий закон термодинаміки і виник з аналізу роботи теплових двигунів) .

Принцип дії теплового двигуна наведений на рис. 85. Від **термостата** з більш високою температурою  $T_1$ , що називається **нагрівачем**, за цикл віднімається кількість теплоти  $Q_1$ , а термостату з нижчою температурою  $T_2$ , що називається **холодильником**, за цикл передається кількість теплоти  $Q_2$ , при цьому виконується робота  $A = Q_1 - Q_2$ .

Для того щоб термічний коефіцієнт корисної дії теплового двигуна (56.2) був  $\eta=1$ , має бути виконана умова  $Q_2=0$ , тобто тепловий двигун повинен мати одне джерело теплоти, а це неможливо. Так, французький фізик і інженер Н.Л.С. Карно (1796-1832) показав, що для роботи теплового двигуна потрібні не менше двох джерел теплоти з різними температурами, інакше це суперечило б другому закону термодинаміки.

Двигун другого роду, якби він був можливий, був би практично вічним. Охолодження, наприклад, води океанів на  $1^\circ$  дало б величезну енергію. Маса води у світовому океані складає приблизно  $10^{18}$  тонн, і при охолодженні її на  $1^\circ$  виділилися б приблизно  $10^{24}$  Дж теплоти, що еквівалентно повному спалюванню  $10^{14}$  тонн вугілля. Залізничний потяг, навантажений цією кількістю вугілля, розтягнувся б на відстань  $10^{10}$  км, що приблизно співпадає з розмірами Сонячної системи!



Рис. 85



Рис. 86

Процес, зворотний до того, що відбувається в теплому двигуні, використовується в холодильній машині, принцип дії якої представлений на рис. 86. Системою за цикл від термостата з нижчою температурою  $T_2$  віднімається кількість теплоти  $Q_2$  і віддається термостату з більш високою температурою  $T_1$  кількість теплоти  $Q_1$ . Для кругового процесу, відповідно до (56.1),  $Q=A$ , але, за умовою,  $Q=Q_2-Q_1<0$ , тому  $A<0$  і  $Q_2-Q_1=-A$ , або

$Q_1=Q_2+A$ , тобто. кількість теплоти  $Q_1$ , яку система віддала джерелу теплоти при більш високій температурі  $T_1$ , більше кількості теплоти  $Q_2$ , отриманої від джерела теплоти при нижчій температурі  $T_2$ , на величину роботи, виконаної над системою. Отже, без виконання роботи не можна відбирати теплоту від менш нагрітого тіла і віддавати її більш нагрітому. Це твердження є не що інше, як другий початок термодинаміки у формулюванні Клаузіуса.

Проте другий закон термодинаміки не слід представляти так, що він зовсім забороняє перехід теплоти від менш нагрітого тіла до більш нагрітого. Адже саме такий перехід здійснюється в холодильній машині. Але при цьому потрібно пам'ятати, що зовнішні сили здійснюють роботу над системою, тобто цей перехід не є єдиним результатом процесу.

Базуючись на другому початку термодинаміки, **Карно** вивів **теорему**, що носить тепер його ім'я: з усіх періодично діючих теплових машин, що мають однакові температури нагрівачів ( $T_1$ ) і холодильників ( $T_2$ ), найбільший ККД мають оборотні машини; при цьому ККД оборотних машин, що працюють при однакових температурах нагрівачів ( $T_1$ ) і холодильників ( $T_2$ ), дорівнюють один одному і не залежать від природи робочого тіла (тіла, що здійснює коловий процес і обмінюється енергією з іншими тілами).

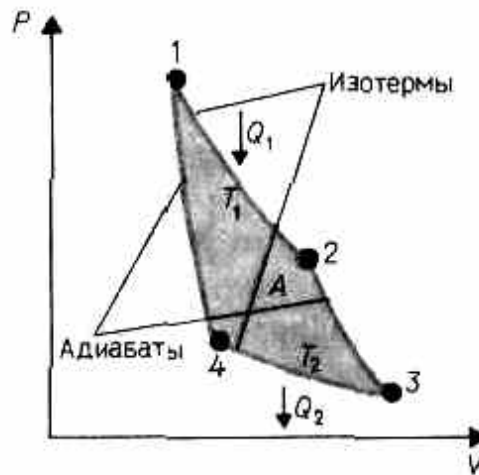


Рис. 87

Карно теоретично проаналізував найбільш економічний оборотний цикл, що складається з двох ізотерм і двох адіабат, і називається **циклом Карно**. Розглянемо *прямий цикл* Карно, в якому в якості робочого тіла використовується ідеальний газ, вміщений в посудину з рухливим поршнем.

Цикл Карно зображений на рис. 87, де ізотермічне розширення і стискання задані відповідно кривими 1-2 і 3-4, а адіабатичне розширення і стискання - кривими 2-3 і 4-1. При ізотермічному процесі  $U=\text{const}$ , тому, згідно (54.4), кількість теплоти  $Q_1$ , отримана газом від нагрівача, дорівнює роботі розширення  $A_{12}$ , яка виконується газом при переході з стану 1 в стан 2:

$$A_{12} = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = Q_1. \quad (59.1)$$

При адіабатичному розширенні 2-3 теплообмін з навколишнім середовищем відсутній і робота розширення  $A_{23}$  виконується за рахунок зміни внутрішньої енергії (див. (55.1) і (55.8)) :



$$A_{23} = -\frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1).$$

Кількість теплоти  $Q_2$ , яку газ віддав холодильнику при ізотермічному стисканні, дорівнює роботі стискання  $A_{34}$ .

$$A_{34} = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -Q_2. \quad (59.2)$$

Робота адіабатичного стискання

$$A_{41} = -\frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = -A_{23}.$$

Робота, яка виконується в результаті колового процесу

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1 + A_{23} - Q_2 - A_{23} = Q_1 - Q_2$$

і, як можна показати, визначається площею, виконаною в кольорі на рис. 87. Термічний ККД циклу Карно, згідно (56.2)

$$\eta = A/Q_1 = (Q_1 - Q_2)/Q_1.$$

Застосувавши рівняння (55.5) для адіабат 2—3 і 4—1, одержимо

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}, \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1},$$

звідки

$$V_2/V_1 = V_3/V_4. \quad (59.3)$$

Підставляючи (59.1) і (59.2) в формулу (56.2) і враховуючи (59.3), одержимо

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \\ &= \frac{\frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \\ &= \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \end{aligned} \quad (59.4)$$

тобто для циклу Карно ККД дійсно визначається лише температурами нагрівача і холодильника. Для його підвищення необхідно збільшувати різницю температур нагрівача

і холодильника. Наприклад, при  $T_1=400\text{ K}$  і  $T_2=300\text{ K}$   $\eta=0,25$ , Якщо ж температуру нагрівача підвищити на  $100\text{ K}$ , а температуру холодильника знизити на  $50\text{ K}$ , то  $\eta=0,5$ . ККД будь-якого реального теплового двигуна через тертя і неминучі теплові втрати значно менше підрахованого для циклу Карно.

Зворотний цикл Карно лежить в основі дії **теплових насосів**. На відміну від холодильних машин теплові насоси повинні якомога більше теплової енергії віддавати гарячому тілу, наприклад системі опалювання. Частина цієї енергії відбирається від навколишнього середовища з нижчою температурою, а частина - отримується за рахунок механічної роботи, яку виконує, наприклад, компресор.

Теорема Карно стала основою для встановлення **термодинамічної шкали температур**. Порівнявши ліву і праву частини формули (59.4), отримаємо

$$T_2/T_1=Q_2/Q_1. (59.5)$$

тобто для порівняння температур  $T_1$  і  $T_2$  двох тіл необхідно здійснити оборотний цикл Карно, в якому одно тіло використовується як нагрівач, а інше - як холодильник. З рівності (59.5) видно, що відношення температур тіл дорівнює відношенню відданої в цьому циклі кількості теплоти до отриманої. Згідно з теоремою Карно, хімічний склад робочого тіла не впливає на результати порівняння температур, тому така термодинамічна шкала не пов'язана з властивостями якогось певного термометричного тіла. Відмітимо, що практично порівнювати температури таким чином важко, оскільки реальні термодинамічні процеси, як вже вказувалося, є необоротними.

### Контрольні питання

- В чому суть закону Больцмана про рівнорозподіл енергії по ступенях свободи молекул? Чому коливальний ступінь свободи має вдвічі більшу енергію, ніж поступальний і обертальний?
- Що таке внутрішня енергія ідеального газу? Якими параметрами вона визначається? В результаті яких процесів може змінюватися внутрішня енергія системи? Що таке теплоємність газу? Яка з теплоємностей -  $C_v$  або  $C_p$  - більша і чому? Як пояснити температурну залежність молярної теплоємності водню? Чому дорівнює робота ізобарного розширення моль ідеального газу при нагріванні на  $1\text{ K}$ ? Нагрівається чи охолоджується ідеальний газ, якщо він розширюється за сталого тиску? Температура газу в циліндрі стала. Запишіть на основі першого закону термодинаміки співвідношення між наданою кількістю теплоти і виконаною роботою.
- Газ переходить з одного і того ж початкового стану  $1$  в один і той ж кінцевий стан  $2$  в результаті наступних процесів: а) ізотермічного; б) ізобарного; в) ізохорного. Розглянувши ці процеси графічно, показати: 1) коли робота розширення максимальна; 2) коли газу надається максимальна кількість теплоти.
- Газ переходить з одного і того ж початкового стану  $1$  в один і той ж кінцевий стан  $2$  в результаті наступних процесів: а) ізобарного процесу; б) послідовних ізохорного та ізотермічного процесів. Розгляньте ці переходи графічно. Однакові або різні в обох випадках: 1) зміна внутрішньої енергії? 2) витрачена кількість теплоти?
- Чому адіабата крутіша, ніж ізотерма?
- Як зміниться температура газу при його адіабатичному стисканні?

- Показник політропи  $n > 1$ . Нагрівається чи охолоджується ідеальний газ при стисканні?
- Чим відрізняються оборотні і необоротні процеси? Чому усі реальні процеси необоротні?
- В якому напрямку може змінюватися ентропія замкненої системи? незамкненої системи?
- Дайте поняття ентропії (визначення, розмірність і математичний вираз ентропії для різних процесів).
- Намалуйте в системі координат  $T, S$  ізотермічний і адіабатичний процеси.
- Чи можливий процес, при якому теплота, взята від нагрівача, повністю перетворюється в роботу?
- Представивши цикл Карно на діаграмі  $p, V$  графічно, вкажіть, якою площею визначається: 1) робота, здійснена над газом; 2) робота, здійснена самим газом, що розширюється.
- Представте графічно цикл Карно в змінних  $T, S$ .

### Задачі

**9.1.** Азот масою 1 кг знаходиться при температурі 280 К. Визначити: 1) внутрішню енергію молекул азоту; 2) середню кінетичну енергію обертального руху молекул азоту. Газ вважати ідеальним. [1) 208 кДж; 2) 83,1 кДж]

**9.2.** Визначити питомі теплоємності  $c_v$  і  $c_p$  деякого двоатомного газу, якщо густина цього газу за нормальних умов  $43 \text{ кг/м}^3$ . [ $c_v = 650 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ ,  $c_p = 910 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ ]

**9.3.** Водень масою  $m = 20 \text{ г}$  був нагрітий на  $\Delta T = 100 \text{ К}$  за сталого тиску. Визначити: 1) кількість теплоти  $Q$ , передану газу; 2) приріст  $\Delta U$  внутрішньої енергії газу; 3) роботу розширення  $A$ . [1) 29,3 кДж; 2) 20,9 кДж; 3) 8,4 кДж]

**9.4.** Кисень об'ємом 2 л знаходиться під тиском 1 МПа. Визначити, яку кількість теплоти необхідно надати газу, щоб збільшити його тиск удвічі в результаті ізохорного процесу. [5 кДж]

**9.5.** Деякий газ масою 2 кг знаходиться при температурі 300 К і під тиском 0,5 МПа. В результаті ізотермічного стискання тиск газу збільшився в три рази. Робота, витрачена на стискання,  $A = -1,37 \text{ кДж}$ . Визначити: 1) який це газ; 2) початковий питомий об'єм газу. [1) гелій; 2)  $1,25 \text{ м}^3/\text{кг}$ ]

**9.6.** Двоатомний ідеальний газ займає об'єм  $V_1 = 1 \text{ л}$  і знаходиться під тиском  $p_1 = 0,1 \text{ МПа}$ . Після адіабатичного стискання газ характеризується об'ємом  $V_2$  і тиском  $p_2$ . В результаті подальшого ізохорного процесу газ охолоджується до початкової температури, а його тиск  $p_3 = 0,2 \text{ МПа}$ . Визначити: 1) об'єм  $V_2$ ; 2) тиск  $p_2$ . Представити ці процеси графічно. [1) 0,5 л; 2) 0,26 МПа]

**9.7.** Ідеальний газ з кількістю речовини  $\nu = 2$  моль спочатку ізобарно нагріли так, що його об'єм збільшився в  $n=2$  рази, а потім ізохорно охолодили так, що тиск газу зменшився в  $n=2$  рази. Визначити приріст ентропії в ході вказаних процесів. [11,5 Дж/К]

**9.8.** Теплова машина, здійснюючи оборотний цикл Карно, за один цикл виконує роботу 1 кДж. Температура нагрівача 400 К, а холодильника 300 К. Визначити: 1) ККД машини; 2) кількість теплоти, яку отримує машина від нагрівача за цикл; 3) кількість теплоти, яка віддається холодильнику за цикл. [1) 25%; 2) 4 кДж; 3) 3 кДж]

**9.9.** Ідеальний газ здійснює цикл Карно, термічний ККД якого дорівнює 0,3. Визначити роботу ізотермічного стискання газу, якщо робота ізотермічного розширення складає 300 Дж. [-210 Дж]