

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Р.В. Захарченко, С.В. Пальцун

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ З МЕХАНІКИ ТА МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ

Рукопис

«ЕК» НТУУ «КПІ», 2012

Р.В. Захарченко, С.В. Пальцун. Конспект лекцій з механіки та молекулярної фізики [Електронний ресурс]: рукоп. видан. для студентів енергетичних спеціальностей НТУУ “КПІ”, «ЕК» НТУУ “КПІ”, 2012 – 174 с.

Навчальний посібник за змістом відповідає стандартному курсу лекцій з механіки та молекулярної фізики і термодинаміки, який включає розділи від кінематики і динаміки точки до спеціальної теорії відносності і основ термодинаміки та молекулярно кінетичної теорії. Особливу увагу приділено встановленню основних понять механіки, аналізу експериментальних фактів та математичному формулюванню фундаментальних законів. Це безумовно сприятиме формуванню у читача матеріалістичного світогляду.

Для студентів фізичних спеціальностей вищих навчальних закладів.

Зміст

Фізичні основи механіки

Елементи кінематики

| | |
|--|----|
| § 1. Моделі в механіці. Система відліку. Траєкторія, довжина шляху, вектор переміщення | 6 |
| § 2. Швидкість | 8 |
| § 3. Прискорення і його складові | 10 |
| § 4. Кутова швидкість та кутове прискорення | 12 |
| Контрольні питання | 15 |
| Задачі | 16 |

Динаміка матеріальної точки та поступального руху твердого тіла

| | |
|---|----|
| § 5. Перший закон Ньютона. Маса. Сила | 16 |
| § 6. Другий закон Ньютона | 17 |
| § 7. Третій закон Ньютона | 19 |
| § 8. Сили тертя | 19 |
| § 9. Закон збереження імпульсу. Центр мас | 21 |
| § 10. Рівняння руху тіла змінної маси | 23 |
| Контрольні питання | 24 |
| Задачі | 25 |

Закон збереження енергії

| | |
|---|----|
| § 11. Енергія, робота, потужність | 25 |
| § 12. Кінетична і потенціальна енергії | 27 |
| § 13. Закон збереження енергії | 30 |
| § 14. Графічне представлення енергії | 32 |
| § 15. Зіткнення абсолютно пружних і непружних тіл | 35 |
| Контрольні питання | 38 |
| Задачі | 39 |

Динаміка обертального руху твердого тіла

| | |
|--|----|
| § 16. Момент інерції | 40 |
| § 17. Кінетична енергія обертання | 41 |
| § 18. Момент сили. Рівняння динаміки обертального руху твердого тіла | 42 |
| § 19. Момент імпульсу і закон його збереження | 44 |

Закон збереження моменту імпульсу

| | |
|--------------------------------|----|
| § 20. Вільні осі. Гіроскоп | 47 |
| § 21. Деформації твердого тіла | 50 |
| Контрольні питання | 53 |
| Задачі | 54 |

Тяжіння. Елементи теорії поля

| | |
|---|----|
| § 22. Закони Кеплера. Закон всесвітнього тяжіння | 55 |
| § 23. Сила тяжіння і вага. Невагомість | 56 |
| § 24. Поле тяжіння і його напруженість | 57 |
| § 25. Робота в полі тяжіння. Потенціал поля тяжіння | 57 |
| § 26. Космічні швидкості | 60 |
| § 27. Неінерціальні системи відліку. Сили інерції | 60 |
| Контрольні питання | 65 |
| Задачі | 65 |

Елементи механіки суцільних середовищ

Елементи механіки рідин

| | |
|--|----|
| § 28. Тиск в рідині і газі | 66 |
| § 29. Рівняння нерозривності | 67 |
| § 30. Рівняння Бернуллі і наслідки з нього | 68 |

| | |
|---|-----|
| § 31. В'язкість (внутрішнє тертя). Ламінарний і турбулентний режими течії рідин. | 72 |
| § 32. Методи визначення в'язкості | 74 |
| § 33. Рух тіл у рідинах і газах | 75 |
| Контрольні питання | 77 |
| Задачі | 78 |
| Елементи спеціальної (частинної) теорії відносності | |
| § 34. Перетворення Галілея. Механічний принцип відносності | 79 |
| § 35. Постулати спеціальної (частинної) теорії відносності | 80 |
| § 36. Перетворення Лоренца | 82 |
| § 37. Наслідки перетворень Лоренца | 83 |
| § 38. Інтервал між подіями | 87 |
| § 39. Основний закон релятивістської динаміки матеріальної точки | 89 |
| § 40. Закон взаємозв'язку маси і енергії | 90 |
| Контрольні питання | 93 |
| Задачі | 93 |
| Основи молекулярної фізики і термодинаміки | |
| Статистичний і термодинамічний методи дослідження | 94 |
| Молекулярно-кінетична теорія ідеальних газів | |
| § 41. Дослідні закони ідеального газу | 95 |
| § 42. Рівняння Клапейрона – Менделєєва | 98 |
| § 43. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів | 100 |
| § 44. Закон Максвелла для розподілу молекул ідеального газу за швидкостями і енергіями теплового руху | 102 |
| § 45. Барометрична формула. Розподіл Больцмана | 105 |
| § 46. Середнє число зіткнень і середня довжина вільного пробігу молекул | 107 |
| § 47. Дослідне обґрунтування молекулярно-кінетичної теорії | 109 |
| § 48. Явища переносу в термодинамічно нерівноважних системах | 110 |
| § 49. Вакуум і методи його одержання. Властивості ультрарозріджених газів | 113 |
| Контрольні питання | 116 |
| Задачі | 116 |
| Основи термодинаміки | |
| § 50. Число ступенів свободи молекули. Закон рівномірного розподілу енергії по ступенях свободи молекул | 117 |
| § 51. Перший закон термодинаміки | 119 |
| § 52. Робота газу при зміні його об'єму | 120 |
| § 53. Теплоємність | 121 |
| § 54. Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів | 123 |
| § 55. Адіабатичний процес. Політропний процес | 126 |
| § 56. Коловий процес (цикл). Оборотної та необоротні процеси | 129 |
| § 57. Ентропія, її статистичне тлумачення і зв'язок з термодинамічною ймовірністю ... | 131 |
| § 58. Другий закон термодинаміки | 133 |
| § 59. Теплові двигуни і холодильні машини. Цикл Карно і його ККД для ідеального газу | 134 |
| Контрольні питання | 138 |
| Задачі | 139 |
| Реальні гази, рідини і тверді тіла | |
| § 60. Сили і потенціальна енергія міжмолекулярної взаємодії | 140 |
| § 61. Рівняння Ван-дер-Ваальса | 141 |
| § 62. Ізотерми Ван-дер-Ваальса та їх аналіз | 143 |
| § 63. Внутрішня енергія реального газу | 145 |
| § 64. Ефект Джоуля — Томсона | 146 |

| | |
|--|-----|
| § 65. Зрідження газів | 149 |
| § 66. Властивості рідин. Поверхневий натяг | 150 |
| § 67. Змочування | 152 |
| § 68. Тиск під викривленою поверхнею рідини | 154 |
| § 69. Капілярні явища | 155 |
| § 70. Тверді тіла. Моно- і полікристали | 156 |
| § 71. Типи кристалічних твердих тіл | 157 |
| § 72. Дефекти в кристалах | 164 |
| § 73. Теплоємність твердих тіл | 165 |
| § 74. Випаровування, сублімація, плавлення і кристалізація. Аморфні тіла | 167 |
| § 75. Фазові переходи I та II роду | 169 |
| § 76. Діаграма стану. Потрійна точка | 170 |
| Контрольні питання | 172 |
| Задачі | 172 |

Основи молекулярної фізики і термодинаміки

Статистичний і термодинамічний методи дослідження. Молекулярна фізика і термодинаміка - розділи фізики, в яких вивчаються **макроскопічні процеси** в тілах, пов'язані з величезним числом атомів і молекул, що містяться в тілах. Для дослідження цих процесів застосовують два якісно різних методи, які взаємно доповнюють один одного: **статистичний (молекулярно-кінетичний) і термодинамічний**. Перший лежить в основі молекулярної фізики, другий – термодинаміки.

Молекулярна фізика – розділ фізики, що вивчає будову і властивості речовини виходячи з молекулярно-кінетичних уявлень, які ґрунтуються на тому, що всі тіла складаються з молекул, які знаходяться у безперервному хаотичному русі.

Ідея про атомну будову речовини висловлена старогрецьким філософом Демокритом (460-370 до н.е.). Атомістика відроджується знову лише в XVII ст. і розвивається в роботах М.В.Ломоносова, погляди якого на будову речовини і теплові явища були близькі до сучасних. Строгий розвиток молекулярної теорії відноситься до середини XIX ст. і пов'язаний з роботами німецького фізика Р.Клаузіуса (1822-1888), англійського фізика Дж. Максвелла (1831 - 1879) і австрійського фізика Л. Больцмана (1844-1906).

Процеси, що вивчаються молекулярною фізикою, є результатом сукупної дії величезного числа молекул. Закони поведінки величезного числа молекул, які є статистичними закономірностями, вивчаються за допомогою **статистичного методу**. Цей метод ґрунтується на тому, що властивості макроскопічної системи врешті респт визначаються властивостями часток системи, особливостями їх руху і усередненими значеннями динамічних характеристик цих часток (швидкості, енергії і так далі). Наприклад, температура тіла визначається швидкістю неупорядкованого руху його молекул, але оскільки у будь-який момент часу різні молекули мають різні швидкості, то вона може бути виражена тільки через середнє значення швидкості руху молекул. Не можна говорити про температуру однієї молекули. Таким чином, макроскопічні характеристики тіл мають фізичний смисл лише у разі великої кількості молекул.

Термодинаміка - розділ фізики, що вивчає загальні властивості макроскопічних систем, що знаходяться в стані термодинамічної рівноваги, і процеси переходу між цими станами. Термодинаміка не розглядає мікропроцеси, які лежать в основі цих перетворень. Цим **термодинамічний метод** відрізняється від статистичного. Термодинаміка базується на двох принципах - фундаментальних законах, встановлених в результаті узагальнення дослідних даних.

Сфера застосування термодинаміки значно ширша, ніж у молекулярно-кінетичній теорії, бо немає таких галузей фізики і хімії, в яких не можна було б користуватися термодинамічним методом. Однак, з іншого боку, термодинамічний метод дещо обмежений: термодинаміка нічого не говорить про мікроскопічну будову речовини, про механізм явищ, а лише встановлює зв'язки між макроскопічними властивостями речовини. Молекулярно-кінетична теорія і термодинаміка взаємно доповнюють одна одну, утворюючи єдине ціле, але відрізняючись різними методами дослідження

Термодинаміка має справу з **термодинамічною системою** - сукупністю макроскопічних тіл, які взаємодіють і обмінюються енергією як між собою, так і з іншими тілами (зовнішнім середовищем). Основа термодинамічного методу - визначення стану термодинамічної системи. Стан системи задається **термодинамічними параметрами (параметрами стану)** - сукупністю фізичних величин, що характеризують властивості термодинамічної системи. Зазвичай в якості параметрів стану вибирають температуру, тиск і питомий об'єм.

Температура - одне з основних понять, що відіграють важливу роль не лише в термодинаміці, але й у фізиці в цілому. **Температура** - фізична величина, що характеризує стан термодинамічної рівноваги макроскопічної системи. Відповідно до рішення XI Генеральної конференції по мірах і вагах нині можна застосовувати тільки дві температурні шкали - **термодинамічну** і **Міжнародну практичну**, градуйовані відповідно в Кельвінах (К) і в градусах Цельсія (°С).

У **Міжнародній практичній шкалі** температура замерзання і кипіння води при тиску $1,013 \cdot 10^5$ Па відповідають 0 і 100°С (так звані **реперні точки**).

Термодинамічна температурна шкала визначається по одній реперній точці, за яку взята потрійна точка води (температура, при якій лід, вода і насичена пара при тиску 609 Па знаходяться у термодинамічній рівновазі). Температура цієї точки за термодинамічною шкалою дорівнює 273,16 К (точно). Градус Цельсія дорівнює Кельвіну. У термодинамічній шкалі температура замерзання води дорівнює 273,15 К (при тому ж тиску, що і в Міжнародній практичній шкалі), тому, за визначенням, термодинамічна температура і температура за Міжнародною практичною шкалою пов'язані співвідношенням $T = 273,15 + t$. Температура $T = 0$ називається **нулем кельвін**. Аналіз різних процесів показує, що 0 К недосяжний, хоча можливо наблизитись до нього наскільки завгодно близько.

Питомий об'єм v - це об'єм одиниці маси. Коли тіло однорідне, тобто його густина $\rho = \text{const}$, то $v = V/m = 1/\rho$. Оскільки при постійній масі питомий об'єм пропорційний загальному об'єму, то макроскопічні властивості однорідного тіла можна характеризувати об'ємом тіла.

Параметри стану системи можуть змінюватися. Будь-яка зміна в термодинамічній системі, пов'язана зі зміною хоча б одного з її термодинамічних параметрів, називається **термодинамічним процесом**. Макроскопічна система знаходиться в **термодинамічній рівновазі**, якщо її стан з часом не міняється (вважається, що зовнішні умови даної системи при цьому не змінюються).

Лекція 8

Молекулярно-кінетична теорія ідеальних газів

§ 41. Дослідні закони ідеального газу

У молекулярно-кінетичній теорії використовують *ідеалізовану модель ідеального газу*, відповідно до якої:

- 1) власний об'єм молекул газу нехтовно малий в порівнянні з об'ємом посудини;
- 2) між молекулами газу відсутні сили взаємодії;
- 3) зіткнення молекул газу між собою і зі стінками посудини абсолютно пружні.

Модель ідеального газу можна використовувати при вивченні реальних газів, оскільки вони в умовах, близьких до нормальних (наприклад, кисень і гелій), а також при низьких тисках і високих температурах близькі за своїми властивостями до ідеального газу. Крім того, внівши поправки, що враховують власний об'єм молекул газу і діючі молекулярні сили, можна перейти до теорії реальних газів.

Дослідним шляхом, ще до появи молекулярно-кінетичної теорії, було встановлено цілий ряд законів, що описують поведінку ідеальних газів, які ми і розглянемо.

Закон Бойля — Маріотта: для даної маси газу за сталої температури добуток тиску газу на його об'єм є сталою величиною:

$$pV = \text{const} \quad (41.1) \quad \text{при } T = \text{const}, m = \text{const}.$$

Крива, що зображує залежність між величинами p і V , які характеризують властивості речовини за сталої температури, називається ізотермою. Ізотерми є гіперболами, розташованими на графіку тим вище, чим вище температура, при якій відбувається процес (рис. 60).

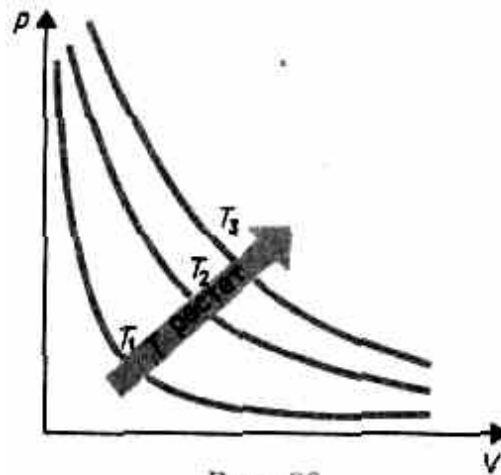


Рис. 60

Закон Гей-Люссака: 1) об'єм даної маси газу за сталою тиску змінюється лінійно з температурою:

$$V = V_0(1 + \alpha t) \quad (41.2) \quad \text{при } p = \text{const}, m = \text{const};$$

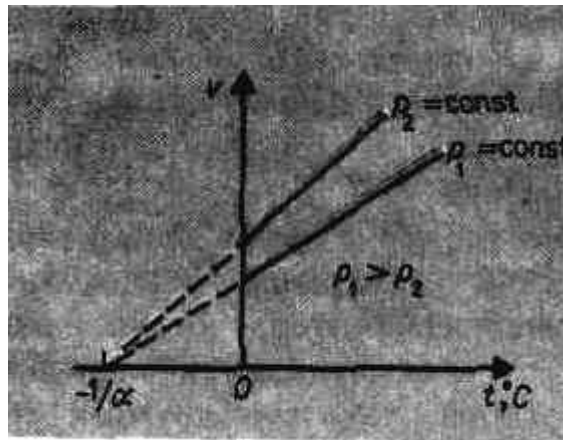


Рис. 61

2) тиск даної маси газу за сталою об'єму змінюється лінійно з температурою:

$$p = p_0(1 + \alpha t) \quad (41.3) \quad \text{при } V = \text{const}, m = \text{const}.$$

У цих рівняннях t - температура за шкалою Цельсія, p_0 і V_0 - тиск і об'єм при 0°C , коефіцієнт $\alpha = 1/273,15 \text{ K}^{-1}$

Процес, що протікає за сталою тиску, називається **ізобарним**. На діаграмі в координатах V, t (рис.61) цей процес зображується прямою, яка називається **ізобарою**. Процес, що протікає за сталою об'єму, називається **ізохорним**. На діаграмі в координатах p, t (рис. 62) він зображується прямою, яка називається **ізохорою**.

З (41.2) і (41.3) витікає, що ізобари та ізохори перетинають вісь температур в точці $t = -1/\alpha = -273,15^\circ\text{C}$, що визначається з умови $1 + \alpha t = 0$. Якщо змістити початок відліку в цю точку, то відбувається перехід до шкали Кельвіна (рис. 62), звідки

$$T = t + 1/\alpha$$

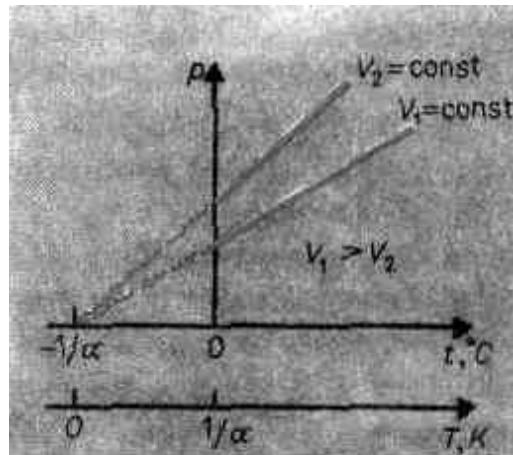


Рис. 62

Вводячи у формули (41.2) і (41.3) термодинамічну температуру, законам Гей-Люссака можна надати зручнішого вигляду:

$$V = V_0(1 + \alpha t) = V_0[1 + \alpha(T - 1/\alpha)] = V_0\alpha T,$$

$$p = p_0(1 + \alpha t) = p_0[1 + \alpha(T - 1/\alpha)] = p_0\alpha T, \text{ або}$$

$$V_1/V_2 = T_1/T_2 \quad (41.4)$$

при $p = \text{const}, m = \text{const},$

$$p_1/p_2 = T_1/T_2 \quad (41.5) \text{ при } V = \text{const}, m = \text{const},$$

де індекси 1 і 2 відносяться до довільних станів, що лежать на одній ізобарі або ізохорі.

Закон Авогадро: молі будь-яких газів за однакових температури і тиску займають однакові об'єми. За нормальних умов цей об'єм дорівнює $22,41 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$.

За визначенням, в одному молі різних речовин міститься одне й те ж саме число молекул, що називається **сталю Авогадро:**

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Закон Дальтона: тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків газів, що входять в неї, тобто

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n,$$

де p_1, p_2, \dots, p_n – **парціальні тиски** – тиски, які чинили б гази суміші, якби вони одні займали об'єм, що дорівнює об'єму суміші при тій же температурі.

§ 42. Рівняння Клапейрона - Менделєєва

Як вже вказувалося, стан деякої маси газу визначається трьома термодинамічними параметрами: тиском p , об'ємом V і температурою T .

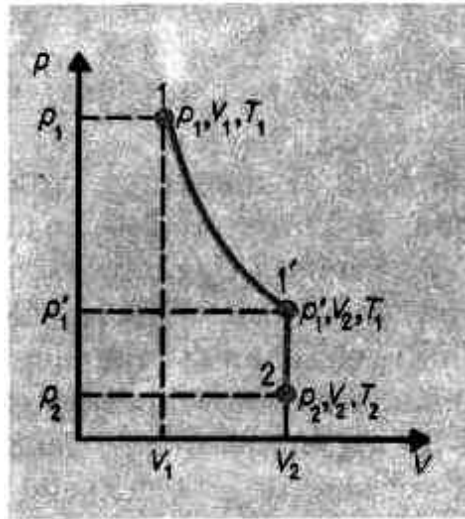


Рис. 63

Між цими параметрами існує певний зв'язок, що називається **рівнянням стану**, яке в загальному вигляді дається виразом

$$f(p, V, T)=0,$$

де кожна зі змінних є функцією двох інших.

Французький фізик та інженер Б. Клапейрон (1799-1864) вивів рівняння стану ідеального газу, об'єднавши закони Бойля-Маріотта і Гей-Люссака. Нехай деяка маса газу займає об'єм V_1 , має тиск p_1 і знаходиться при температурі T_1 . Ця ж маса газу в іншому довільному стані характеризується параметрами p_2, V_2, T_2 (рис.63). Перехід із стану 1 в стан 2 здійснюється у вигляді двох процесів: 1) ізотермічного(ізотерма 1-1'), 2) ізохорного(ізохора 1'- 2).

Відповідно до законів Бойля - Маріотта(41.1) і Гей-Люссака(41.5) запишемо:

$$p_1 V_1 = p'_1 V_2, \quad (42.1)$$

$$p'_1 / p'_2 = T_1 / T_2. \quad (42.2)$$

Виключивши з рівнянь (42.1) і (42.2) p'_1 , отержимо

$$p_1 V_1 / T_1 = p_2 V_2 / T_2.$$

Оскільки стани 1 і 2 були вибрані довільно, то для цієї маси газу величина pV/T залишається сталою, тобто

$$pV/T = B = \text{const.} \quad (42.3)$$

Вираз (42.3) є **рівнянням Клапейрона**, в якому B – газова стала, *різна для різних газів*.

Російський вчений Д.І. Менделєєв (1834-1907) об'єднав рівняння Клапейрона з законом Авогадро, віднісши рівняння (42.3) до одного моля, використавши молярний об'єм V_m . Відповідно до закону Авогадро, за однакових p і T молі усіх газів займають однаковий молярний об'єм V_m , тому стала B буде *однаковою для усіх газів*. Ця спільна для всіх газів стала позначається R і називається **молярною газовою сталою**. Рівняння

$$pV_m = RT \quad (42.4)$$

вдовольняє лише ідеальний газ, і воно є **рівнянням стану ідеального газу**, що називається також **рівнянням Клапейрона-Менделєєва**.

Чисельне значення молярної газової сталої визначимо з формули (42.4), вважаючи, що моль газу знаходиться за нормальних умов ($p_0=1,013 \cdot 10^5$ Па, $T_0=273,15$ К.; $V_m=22,41 \cdot 10^{-3}$ м³/моль): $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

Від рівняння (42.4) для моля газу можна перейти до рівняння Клапейрона-Менделєєва для довільної маси газу. Якщо за деяких заданих тиску і температурі один моль газу займає молярний об'єм V_m , то за тих же умов маса m газу займе об'єм $V = (m/M) \cdot V_m$, де M - **молярна маса** (маса одного моля речовини). Одиниця молярної маси - кілограм на моль (кг/моль). Рівняння Клапейрона - Менделєєва для маси m газу

$$pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT, \quad (42.5)$$

де $\nu = m/M$ – кількість речовини.

Часто користуються дещо іншою формою рівняння стану ідеального газу, вводячи сталу **Больцмана**:

$$k=R/N_A=1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К.}$$

Виходячи з цього рівняння стану (42.4) запишемо у вигляді

$$p = RT/V_m = kN_A T/V_m = nkT,$$

де $N_A/V_m = n$ – концентрація молекул (число молекул в одиниці об'єму). Таким чином, з рівняння

$$p = nkT \quad (42.6)$$

витікає, що тиск ідеального газу при даній температурі прямо пропорційний до концентрації його молекул (або густини газу). За однакових температури і тиску всі гази містять в одиниці об'єму однакове число молекул. Число молекул, що містяться в 1 м³ газу за *нормальних умов*, називається **числом Лошмідта**:

$$N_L = p_0/(kT_0) = 2,68 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

§ 43. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів

Для виведення основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії розглянемо одноатомний ідеальний газ. Припустимо, що молекули газу рухаються хаотично, число взаємних зіткнень між молекулами газу нехтовно мале в порівнянні з числом ударів об стінку посудини, а зіткнення молекул зі стінками посудини абсолютно пружні. Виділимо на стінці посудини деяку елементарну площадку ΔS (рис. 64) й обчислимо тиск, що чиниться на цю площадку. При кожному зіткненні молекула, що рухається перпендикулярно до площадки, передає їй імпульс $m_0v - (-m_0v) = 2m_0v$, де m_0 - маса молекули, v – її швидкість. За час Δt площадки ΔS досягнуть тільки ті молекули, які знаходяться в об'ємі циліндра з основою ΔS і висотою $v\Delta t$ (рис.64). Число цих молекул дорівнює $n\Delta S v\Delta t$ (n - концентрація молекул).

Необхідно, проте, враховувати, що реально молекули рухаються до площадки

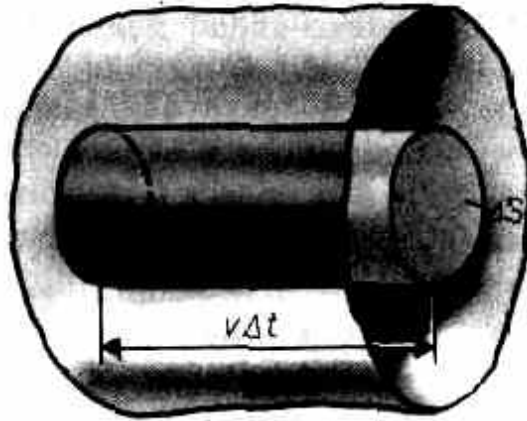


Рис. 64

ΔS під різними кутами і мають різні швидкості, причому швидкість молекул при кожному зіткненні міняється. Для спрощення розрахунків хаотичний рух молекул замінюють рухом вздовж трьох взаємно перпендикулярних напрямків, так що у будь-який момент часу уздовж кожного з них рухається $1/3$ молекул, причому половина молекул ($1/6$) рухається вздовж цього напрямку в один бік, а половина - в протилежний. Тоді число ударів молекул, що рухаються в заданому напрямку, об площадку ΔS буде $1/6 n \Delta S v \Delta t$. При зіткненні з площадкою ці молекули передадуть їй імпульс

$$\Delta P = 2m_0 v \cdot 1/6 n \Delta S v \Delta t = 1/3 n m_0 v^2 \Delta S \Delta t.$$

Тоді тиск газу, який він чинить на стінку посудини

$$p = \Delta P / (\Delta t \Delta S) = 1/3 n m_0 v^2. \quad (43.1)$$

Якщо газ в об'ємі V містить N молекул, що рухаються зі швидкостями v_1, v_2, \dots, v_N , то доцільно розглядати **середню квадратичну швидкість**

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2}, \quad (43.2)$$

яка характеризує усю сукупність молекул газу.

Рівняння (43.1) з урахуванням (43.2) прийме вигляд

$$p = 1/3 n m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2. \quad (43.3)$$

Вираз (43.3) називається **основним рівнянням молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів**. Точний розрахунок з урахуванням руху молекул по всіх можливих напрямках дає ту ж формулу.

Враховуючи, що $n = N/V$, отримаємо

$$pV = \frac{1}{3} N m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2, \quad (43.4)$$

или

$$pV = \frac{2}{3} N \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3} E, \quad (43.5)$$

де E – сумарна кінетична енергія поступального руху всіх молекул газу.

Оскільки маса газу $m = Nm_0$, то рівняння (43.4) можна переписати у вигляді

$$pV = \frac{1}{3} m \langle v_{\text{кв}} \rangle^2.$$

Для одного молю газу $m = M$ (M – молярна маса), тому

$$pV_m = \frac{1}{3} M \langle v_{\text{кв}} \rangle^2,$$

де V_m – молярний об'єм. З іншого боку, за рівнянням Клапейрона-Менделєєва, $pV_m = RT$. Таким чином,

$$RT = \frac{1}{3} M \langle v_{\text{кв}} \rangle^2, \text{ звідки}$$

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \quad (43.6)$$

Оскільки $M = m_0 N_A$, де m_0 – маса однієї молекули, а N_A – стала Авогадро, то з рівняння (43.6) слідує, що

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{m_0 N_A}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \quad (43.7)$$

де $k = R/N_A$ – стала Больцмана. Звідси знайдемо, що за кімнатної температури молекули кисню мають середню квадратичну швидкість 480 м/с, водню – 1900 м/с. За температури рідкого гелію ті ж швидкості будуть відповідно 40 і 160 м/с.

Середня кінетична енергія поступального руху однієї молекули ідеального газу

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = E/N = m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 / 2 = \frac{3}{2} kT \quad (43.8)$$

(використано формули (43.5) і (43.7)) пропорційна до термодинамічної температури і залежить лише від неї. З цього рівняння виходить, що при $T=0$ $\langle \varepsilon_0 \rangle = 0$, тобто при 0 К припиняється поступальний рух молекул газу, а отже, його тиск дорівнює нулю. Таким чином, термодинамічна температура є мірою середньої кінетичної енергії поступального руху молекул ідеального газу і формула (43.8) розкриває молекулярно-кінетичне тлумачення температури.

§ 44. Закон Максвелла для розподілу молекул ідеального газу за швидкостями і енергіями теплового руху

При виведенні основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії молекулам задавали різні швидкості. В результаті багатократних зіткнень швидкість кожної молекули

змінюється за модулем і напрямком. Проте через хаотичний рух молекул усі напрямки руху є рівноймовірними, тобто у будь-якому напрямку в середньому рухається однакове число молекул.

Відповідно до молекулярно-кінетичної теорії, як би не змінювалися швидкості молекул при зіткненнях, середня квадратична швидкість молекул масою m_0 в газі, що знаходиться в стані рівноваги при $T = \text{const}$, залишається сталою і дорівнює $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{3kT/m_0}$. Це пояснюється тим, що в газі, що знаходиться в стані рівноваги, встановлюється деякий стаціонарний розподіл молекул за швидкостями, що не змінюється з часом і підкоряється цілком певному статистичному закону. Цей закон теоретично виведений Дж. Максвеллом.

При виведенні закону розподілу молекул за швидкостями Максвелл припускав, що газ складається з дуже великої кількості N тотожних молекул, що знаходяться в стані хаотичного теплового руху при однаковій температурі. Вважалось також, що силові поля на газ не діють.

Закон Максвелла описується деякою функцією $f(v)$, що називається функцією розподілу молекул за швидкостями. Якщо розбити діапазон швидкостей молекул на малі інтервали dv , то на кожен інтервал швидкості припадатиме деяке число молекул $dN(v)$, які мають швидкість, що знаходиться в цьому інтервалі. Функція $f(v)$ визначає відносне число молекул $dN(v)/N$, швидкості яких лежать в інтервалі від v до $v+dv$, тобто

$$f(v) = dN(v)/Ndv$$

Застосовуючи методи теорії ймовірності, Максвелл знайшов функцію $f(v)$ - **закон для розподілу молекул ідеального газу за швидкостями:**

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2 / (2kT)}. \quad (44.1)$$

З (44.1) видно, що конкретний вигляд функції залежить від роду газу (від маси молекули) і від параметра стану (від температури T).

Графік функції (44.1) наведено на рис. 65. Оскільки при зростанні v множник

$$e^{-m_0 v^2 / (2kT)}$$

зменшується швидше, ніж росте множник v^2 , то функція $f(v)$, починаючись від нуля, досягає максимуму при v_v і потім асимптотично прямує до нуля. Крива несиметрична відносно v_v .

Відносне число молекул $dN(v)/N$, швидкості яких лежать в інтервалі від v до $v+dv$, знаходиться як площа більш світлої смужки на рис. 65. Площа, обмежена кривою розподілу

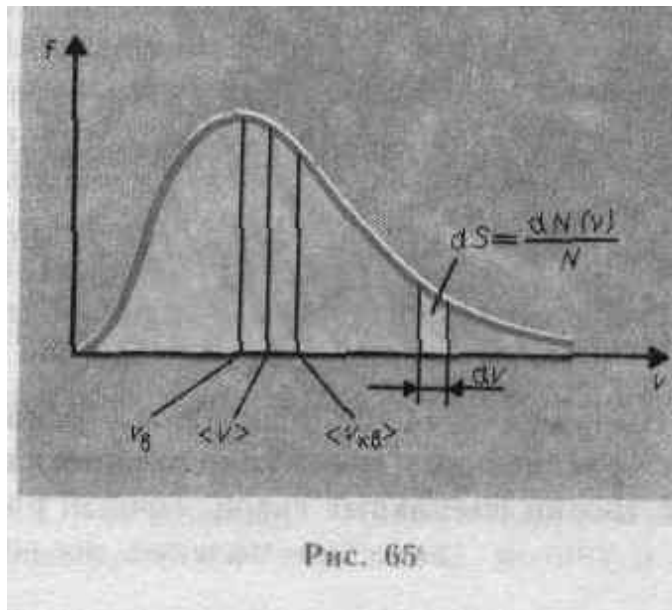


Рис. 65

і віссю абсцис, дорівнює одиниці. Це означає, що функція $f(v)$ вдовольняє умову нормування

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1.$$

Швидкість, за якої функція розподілу молекул ідеального газу за швидкостями максимальна, називається найбільш ймовірною швидкістю. Значення найбільш ймовірної швидкості можна знайти продиференціювавши вираз (44.1) (сталі множники опускаємо) за аргументом v , прирівнявши результат до нуля і використовуючи умову для максимуму виразу $f(v)$:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dv} (v^2 e^{-m_0 v^2 / (2kT)}) &= \\ = 2v \left(1 - \frac{m_0 v^2}{2kT} \right) e^{-m_0 v^2 / (2kT)} &= 0. \end{aligned}$$

Значення $v=0$ та $v=\infty$ відповідають мінімумам виразу (44.1), а значення v , при якому вираз в дужках стає рівним нулю, і є найбільш ймовірною швидкістю v_0 , яку ми шукаємо:

$$v_0 = \sqrt{2kT/m_0} = \sqrt{2RT/M}. \quad (44.2)$$

З формули (44.2) витікає, що при підвищенні температури максимум функції розподілу молекул за швидкостями (рис. 66) зміститься вправо (значення найбільш ймовірної швидкості збільшиться). Проте площа, обмежена кривою, залишається незмінною, тому при підвищенні температури крива розподілу молекул за швидкостями розтягуватиметься і знижуватиметься.

Середня швидкість молекули $\langle v \rangle$ (середня арифметична швидкість)

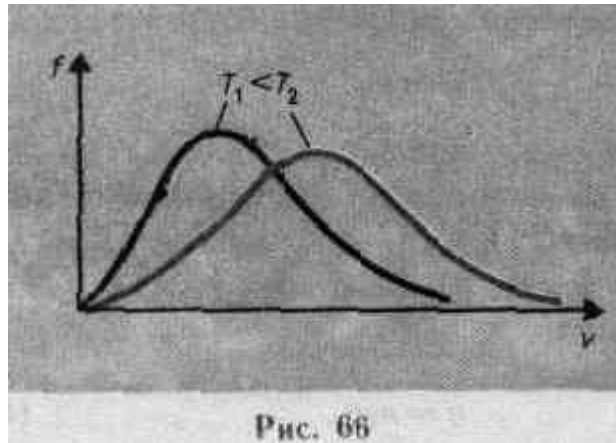


Рис. 66

визначається за формулою

$$\langle v \rangle = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} v dN(v) = \int_0^{\infty} v f(v) dv.$$

Підставляючи сюди $f(v)$ та інтегруючи, одержимо

$$\langle v \rangle = \sqrt{8kT/(\pi m_0)} = \sqrt{8RT/(\pi M)}. \quad (44.3)$$

Швидкості, що характеризують стан газу : 1) найбільш ймовірна $v_B = \sqrt{2RT/M}$; 2) середня $\langle v \rangle = \sqrt{8RT/(\pi M)} = 1,13v_B$; 3) середня квадратична $\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{3RT/M} = 1,22v_B$ (рис.65).

Виходячи з розподілу молекул за швидкостями

$$dN(v) = N \cdot 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2 / (2kT)} dv \quad (44.4)$$

можна знайти розподіл молекул газу за значеннями кінетичної енергії ϵ . Для цього перейдемо від змінної v до змінної $\epsilon = m_0 v^2 / 2$. Підставивши в (44.4) $v = \sqrt{2\epsilon/m_0}$ і $dv = (2m_0\epsilon)^{-1/2} d\epsilon$, отримаємо

$$\begin{aligned} dN(\epsilon) &= \frac{2N}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \epsilon^{1/2} e^{-\epsilon/(kT)} d\epsilon = \\ &= N f(\epsilon) d\epsilon, \end{aligned}$$

де $dN(\epsilon)$ - число молекул, що мають кінетичну енергію поступальної руху, що знаходиться в інтервалі від ϵ до $\epsilon+d\epsilon$.

Таким чином, функція розподілу молекул по енергіями теплового руху

$$f(\epsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \epsilon^{1/2} e^{-\epsilon/(kT)}$$

Середня кінетична енергія $\langle \epsilon \rangle$ молекули ідеального газу

$$\begin{aligned} \langle \epsilon \rangle &= \int_0^{\infty} \epsilon f(\epsilon) d\epsilon = \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \int_0^{\infty} \epsilon^{3/2} e^{-\epsilon/(kT)} d\epsilon = 3/2 kT, \end{aligned}$$

тобто ми отримали результат, що співпадає з формулою (43.8).

§ 45. Барометрична формула. Розподіл Больцмана

При виведенні основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів і максвеллівського розподілу молекул за швидкостями вважалось, що на молекули газу зовнішні сили не діють, тому молекули рівномірно розподілені за об'ємом. Проте молекули будь-якого газу знаходяться в потенціальному полі тяжіння Землі. Тяжіння, з одного боку, і тепловий рух молекул - з іншою, призводять до деякого стаціонарного стану газу, при якому тиск газу з висотою зменшується.

Виведемо закон зміни тиску з висотою, вважаючи, що поле тяжіння однорідне, температура стала і маса всіх молекул однакова. Якщо атмосферний тиск на висоті h дорівнює p (рис. 67), то на висоті $h + dh$ він дорівнює $p + dp$ (при $dh > 0$ $dp < 0$, оскільки тиск з висотою зменшується). Різниця тисків p і $p + dp$ дорівнює вазі газу, що знаходиться в об'єм циліндра заввишки dh з площею основи, яка дорівнює одиниці площі:

$$p - (p + dp) = \rho gh,$$

де ρ – густина газу на висоті h (dh настільки мале, що при зміні висоти в цій границі густину газу можна вважати сталою). Відповідно,

$$dp = -\rho g dh. \quad (45.1)$$

Скориставшись рівнянням стану ідеального газу $pV = (m/M)RT$ (m - маса газу, M - молярна маса газу)

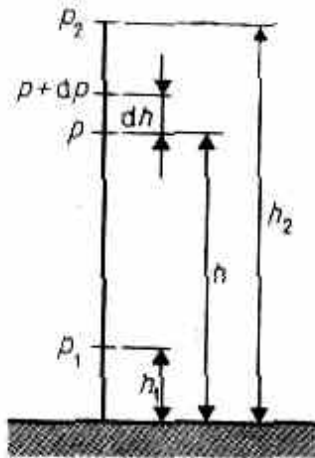


Рис. 67

знаходимо, що $\rho = Mp/RT$

Підставивши цей вираз в (45.1), отримаємо

$$dp = -\frac{Mg}{RT} p dh,$$

или

$$\frac{dp}{p} = -\frac{Mg}{RT} dh.$$

Зі зміною висоти від h_1 до h_2 тиск змінюється від p_1 до p_2 (рис. 67), тобто

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = -\frac{Mg}{RT} \int_{h_1}^{h_2} dh,$$

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = -\frac{Mg}{RT} (h_2 - h_1),$$

$$p_2 = p_1 e^{-Mg(h_2 - h_1)/(RT)}. \quad (45.2)$$

Вираз (45.2) називається **барометричною формулою**. Вона дозволяє знайти атмосферний тиск в залежності від висоти або, вимірявши тиск, знайти висоту. Оскільки висоти позначаються відносно рівня моря, де тиск вважається нормальним, то вираз (45.2) можна записати у вигляді

$$p = p_0 e^{-Mgh/(RT)}. \quad (45.3)$$

де p – тиск на висоті h .

Прилад для визначення висоти над землею поверхнею називається **висотоміром** (або **альтиметром**). Його робота базується на використанні формули (45.3). З цієї формули виходить, що тиск з висотою зменшується тим швидше, чим важче газ.

Барометричну формулу(45.3) можна перетворити, якщо скористатися виразом (42.6) $p=nkT$:

$$n = n_0 e^{-Mgh/(RT)},$$

де n – концентрація молекул на висоті h , n_0 – те ж на висоті $h=0$. Оскільки $M = m_0 N_A$ (N_A – стала Авогадро, m_0 – маса однієї молекули), а $R=kN_A$, то

$$n = n_0 e^{-m_0 gh/(kT)}, \quad (45.4)$$

де $m_0 gh = \Pi$ – потенціальна енергія молекули в полі тяжіння, тобто

$$n = n_0 e^{-\Pi/(kT)}. \quad (45.5)$$

Вираз (45.5) називається **розподілом Больцмана** в зовнішньому потенціальному полі. З нього виходить, що за сталої температури густина газу більша там, де менша потенціальна енергія його молекул.

Якщо частки мають однакову масу і знаходяться в стані хаотичного теплового руху, то розподіл Больцмана (45.5) справедливий у будь-якому зовнішньому потенціальному полі, а не лише в полі сил тяжіння.

§ 46. Середнє число зіткнень і середня довжина вільного пробігу молекул

Молекули газу, знаходячись в стані хаотичного руху, безперервно стикаються одна з одною. Між двома послідовними зіткненнями молекули проходять деякий шлях l , який називається **довжиною вільного пробігу**. У загальному випадку довжина шляху між послідовними зіткненнями різна, але оскільки ми маємо справу з величезним числом молекул і вони знаходяться у хаотичному русі, то можна говорити про **середню довжину вільного пробігу молекул** $\langle l \rangle$.

Мінімальна відстань, на яку зближуються при зіткненні центри двох молекул, називається **ефективним діаметром молекули** d (рис.68). Він залежить від швидкості молекул, що стикаються, тобто від температури газу (дещо зменшується зі зростанням температури).

Оскільки за 1 с молекула проходить в середньому шлях, що дорівнює середній арифметичній швидкості $\langle v \rangle$, і якщо $\langle z \rangle$ - середнє число зіткнень, що відбуваються з однією молекулою газу за 1 с, то середня довжина вільного пробігу

$$\langle l \rangle = \langle v \rangle / \langle z \rangle.$$

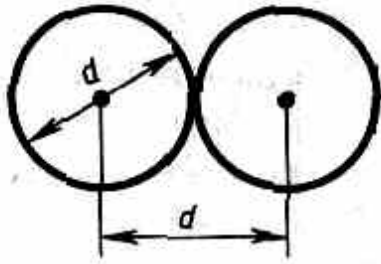


Рис. 68

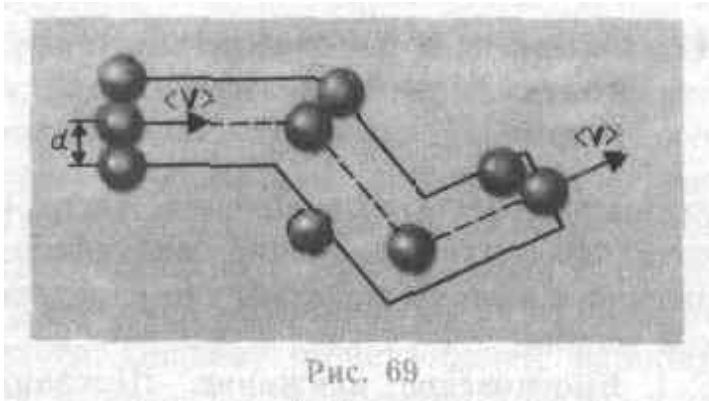


Рис. 69

Для визначення $\langle z \rangle$ уявимо собі молекулу у вигляді кульки діаметром d , яка рухається серед інших "застиглих" молекул. Ця молекула зіткнеться тільки з тими молекулами, центри яких знаходяться на відстанях, що дорівнюють або менше d , тобто лежать всередині "ламаного" циліндра радіусом d (рис. 69).

Середнє число зіткнень за 1с дорівнює числу молекул в об'ємі "ламаного" циліндра:

$$\langle z \rangle = nV,$$

де n – концентрація молекул, $V = \pi d^2 \langle v \rangle$ ($\langle v \rangle$ – середня швидкість молекули або шлях, пройдений нею за 1с). Таким чином, **середнє число зіткнень**

$$\langle z \rangle = n\pi d^2 \langle v \rangle.$$

Розрахунки показують, що з урахуванням руху інших молекул

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle.$$

Тоді середня довжина вільного пробігу

$$\langle l \rangle = 1/(\sqrt{2} \pi d^2 n),$$

тобто $\langle l \rangle$ обернено пропорційна до концентрації n молекул. З іншого боку, з (42.6) витікає, що за сталої температури n пропорційна до тиску p . Отже

$$\frac{\langle l_1 \rangle}{\langle l_2 \rangle} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{p_2}{p_1}.$$

§ 47. Дослідне обґрунтування молекулярно-кінетичної теорії

Розглянемо деякі явища, що експериментально підтверджують основні положення і висновки молекулярно-кінетичної теорії.

1. Броунівський рух. Шотландський ботанік Р. Броун (1773-1858), спостерігаючи під мікроскопом суспензію квіткового пилку у воді, виявив, що частки пилку жваво і хаотично рухалися, то обертаючись, то переміщаючись з місця на місце, подібно до порошинок в сонячному промені. Згодом виявилось, що подібний складний зигзагоподібний рух характерний для будь-яких часток малих розмірів (≈ 1 мкм), завислих у газі або рідині. Інтенсивність цього руху, що називається **броунівським**, підвищується зі зростанням температури середовища, зі зменшенням в'язкості і розмірів часток (незалежно від їх хімічної природи). Причина броунівського руху довго залишалася неясною. Лише через 80 років після виявлення цього ефекту йому було дано пояснення: броунівський рух завислих часток викликаний ударами молекул середовища, в якому частки зависли. Оскільки молекули рухаються хаотично, то броунівські частки отримують поштовхи з різних сторін, тому і здійснюють рух такої химерної форми. Таким чином броунівський рух є підтвердженням висновків молекулярно-кінетичної теорії про хаотичний тепловий рух атомів і молекул.

2. Дослід Штерна. Перше експериментальне визначення швидкостей молекул було зроблене німецьким фізиком О. Штерном (1888-1970). Його досліди дозволили також оцінити розподіл молекул за швидкостями. Схема установки Штерна представлена на рис. 70. Вздовж осі внутрішнього циліндра з щілиною натягнутий платиновий дріт, вкритий шаром срібла, який нагрівається струмом при відкачаному повітрі. При нагріванні срібло випаровується. Атоми срібла, вилітаючи крізь щілину, потрапляють на внутрішню поверхню іншого циліндра, даючи зображення щілини O .

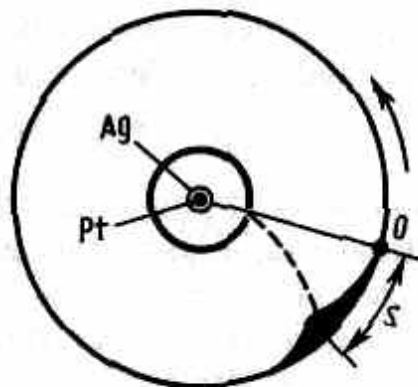


Рис. 70

Якщо прилад привести в обертання навколо спільної осі циліндрів, то атоми срібла осядуть не проти щілини, а змістяться від точки O на деяку відстань s . Зображення щілини виходить розмитим. Досліджуючи товщину осілого шару, можна оцінити розподіл молекул за швидкостями, який відповідає максвеллівському розподілу.

Знаючи радіуси циліндрів, їх кутову швидкість обертання, а також вимірюючи s , можна обчислити швидкість руху атомів срібла при даній температурі дроту. Результати досліду показали, що середня швидкість атомів срібла близька до тієї, яка виходить з максвеллівського розподілу молекул за швидкостями.

3. Дослід Ламмерт. Цей дослід дозволяє точніше визначити закон розподілу молекул за швидкостями. Схема вакуумної установки наведена на рис. 71. Молекулярний пучок, сформований джерелом, проходячи через щілину, потрапляє в приймач. Між

джерелом і приймачем поміщають два диски з прорізами, закріплені на спільній осі. При нерухомих дисках молекули досягають приймача, проходячи через прорізи в обох дисках. Якщо вісь привести в обертання, то приймача досягнуть тільки ті молекули, що пройшли через проріз в першому диску, які витрачають для пробігу між дисками час, рівний або кратний часу обороту диска. Інші ж молекули затримуються другим диском. Міняючи кутову швидкість обертання дисків і вимірюючи число молекул, що потрапляють в приймач, можна визначити закон розподілу швидкостей молекул. Цей дослід також підтвердив справедливості максвеллівського розподілу молекул за швидкостями.

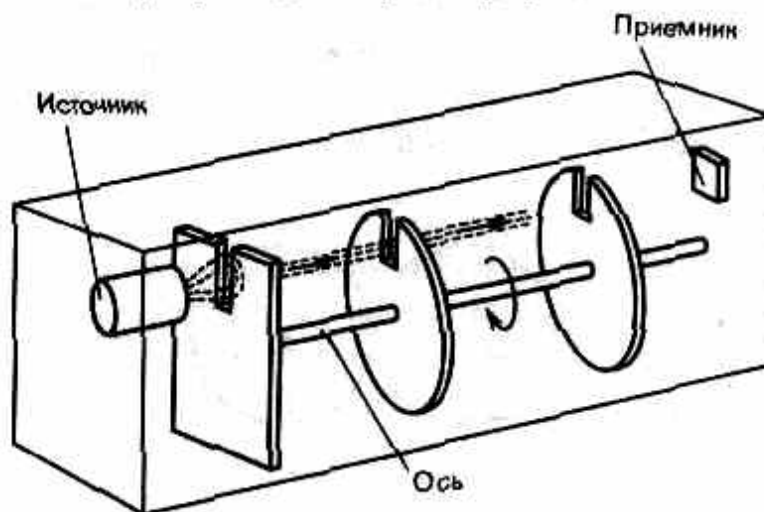


Рис. 71

4. Дослідне визначення сталої Авогадро. Скориставшись ідеєю розподілу молекул за висотою (див. формулу (45.4)), французький вчений Ж. Перрен (1870-1942) експериментально визначив сталу Авогадро. Досліджуючи під мікроскопом броунівський рух, він переконався, що броунівські частки розподіляються по висоті подібно до молекул газу в полі тяжіння. Застосувавши до них больцманівський розподіл, можна записати

$$n = n_0 e^{-(m - m_1)gh / (kT)}$$

де m – маса частки, m_1 – маса витісненої нею рідини: $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$, $m_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_1$ (r – радіус частки, ρ – густина частки, ρ_1 – густина рідини).

Якщо n_1 і n_2 – концентрації часток на рівнях h_1 і h_2 а $k = R/N_A$, то

$$N_A = \frac{3RT \ln(n_1/n_2)}{4\pi r^3 (\rho - \rho_1) g (h_2 - h_1)}$$

Значення N_A , отримане в роботах Ж. Перрена, відповідало значенням, отриманим в інших дослідях, що підтверджує застосовність до броунівських часток розподілу (45.4).

§48. Явища переносу в термодинамічно нерівноважних системах

У термодинамічно нерівноважних системах виникають особливі *необоротні* процеси, що називаються **явищами переносу**, в результаті яких відбувається просторове

перенесення енергії, маси, імпульсу. До явищ переносу відносяться **теплопровідність** (обумовлена переносом енергії), **дифузія** (обумовлена переносом маси) і **внутрішнє тертя** (обумовлене переносом імпульсу). Для простоти обмежимося одновимірними явищами переносу. Систему відліку виберемо так, щоб вісь x була орієнтована у напрямку переносу.

1. Теплопровідність. Якщо в одній області газу середня кінетична енергія молекул більша, ніж в іншій, то з часом внаслідок постійних зіткнень молекул відбувається процес вирівнювання середніх кінетичних енергій молекул, тобто, іншими словами, вирівнювання температур.

Перенесення енергії у формі теплоти підкоряється **закону Фур'є**:

$$j_E = -\lambda \frac{dT}{dx}, \quad (48.1)$$

де j_E - **густина теплового потоку** - величина, що визначається енергією, яка переноситься у формі теплоти в одиницю часу через одиничну площадку, перпендикулярну до осі x , λ - **теплопровідність**, dT/dx - градієнт температури, який дорівнює швидкості зміни температури на одиницю довжини x у напрямі нормалі до цієї площадки. Знак мінус показує, що при теплопровідності енергія переноситься у напрямку убування температури (тому знаки j_E і dT/dx протилежні). Теплопровідність λ , чисельно дорівнює густині теплового потоку при градієнті температури, який дорівнює одиниці. Можна показати, що

$$\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle, \quad (48.2)$$

де c_V - питома теплоємність газу за сталого об'єму (кількість теплоти, необхідна для нагрівання 1 кг газу на 1 К за сталого об'єму), ρ - густина газу, $\langle v \rangle$ - середня швидкість теплового руху молекул $\langle l \rangle$ - середня довжина вільного пробігу.

2. Дифузія. Явище дифузії полягає в тому, що відбувається спонтанне проникнення і перемішування часток двох газів, рідин і навіть твердих тіл, які дотикаються; дифузія зводиться до обміну мас часток цих тіл, виникає і триває, доки існує градієнт густини. Під час становлення молекулярно-кінетичної теорії з питання дифузії виникли протиріччя. Оскільки молекули рухаються з величезними швидкостями, дифузія повинна відбуватися дуже швидко. Якщо ж відкрити в кімнаті посудину з пахучою речовиною, то запах поширюється досить повільно. Проте протиріччя тут немає. Молекули при атмосферному тиску мають малу довжину вільного пробігу і, стикаючись з іншими молекулами, в основному "стоять" на місці.

Явище дифузії для хімічно однорідного газу підкоряється **закону Фіка**:

$$j_m = -D dp/dx \quad (48.3)$$

де j_m - **густина потоку маси** - величина, що визначається масою речовини, яка дифундує в одиницю часу через одиничну площадку, перпендикулярну до осі x , D - **дифузія (коефіцієнт дифузії)**, dp/dx - градієнт густини, який дорівнює швидкості зміни густини на одиницю довжини x у напрямку нормалі до цієї площадки. Знак мінус показує, що перенесення маси відбувається у напрямку убування густини (тому знаки j_m і dp/dx протилежні). Дифузія D чисельно дорівнює густині потоку маси при градієнті густини, який дорівнює одиниці. Відповідно до кінетичної теорії газів

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle. \quad (48.4)$$

3. Внутрішнє тертя (в'язкість). Механізм виникнення внутрішнього тертя між паралельними шарами газу (рідини), що рухаються з різними швидкостями, полягає в тому, що через хаотичний тепловий рух відбувається обмін молекулами між шарами, внаслідок чого імпульс шару, що рухається швидше, зменшується, а шару що рухається повільніше - збільшується, що призводить до гальмування шару, що рухається швидше, і прискорення шару, що рухається повільніше.

Відповідно до формули (31.1), сила внутрішнього тертя між двома шарами газу (рідини) підкоряється **закону Ньютона** :

$$F = \eta \left| \frac{dv}{dx} \right| S, \quad (48.5)$$

де η – динамічна в'язкість (в'язкість), dv/dx - градієнт швидкості, що показує швидкість зміни швидкості у напрямку x , перпендикулярному до напрямку руху шарів, S - площа, на яку діє сила F .

Взаємодію двох шарів згідно з другим законом Ньютона можна розглядати як процес, при якому від одного шару до іншого в одиницю часу передається імпульс, який за модулем дорівнює силі, що діє. Тоді вираз (48.5) можна представити у вигляді

$$j_p = -\eta \frac{dv}{dx}, \quad (48.6)$$

де j_p - **густина потоку імпульсу** - величина, що визначається повним імпульсом, який переноситься в одиницю часу в позитивному напрямку осі x через одиничну площадку, яка перпендикулярна до осі x , dv/dx - градієнт швидкості. Знак мінус вказує, що імпульс переноситься у напрямку убуття швидкості (тому знаки j_p і dv/dx протилежні). Динамічна в'язкість η чисельно дорівнює густині потоку імпульсу при градієнті швидкості, який дорівнює одиниці; вона обчислюється за формулою

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle. \quad (48.7)$$

Із зіставлення формул (48.1),(48.3) і(48.6), що описують явища переносу, витікає, що закономірності усіх явищ переносу схожі між собою. Ці закони були встановлені задовго до того, як вони були обґрунтовані і виведені з молекулярно-кінетичної теорії, яка дозволила встановити, що зовнішня схожість їх математичних виразів обумовлена спільністю того молекулярного механізму перемішування молекул в процесі їх хаотичного руху і зіткнень одна з одною, що лежить в основі явищ теплопровідності, дифузії і внутрішнього тертя.

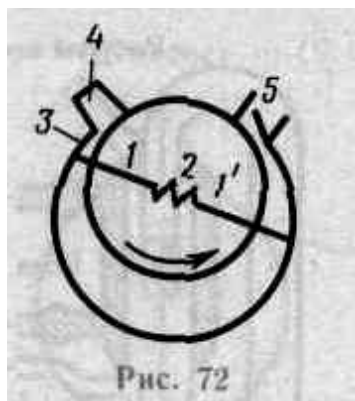
Розглянуті закони Фур'є, Фіка і Ньютона не розкривають молекулярно-кінетичного смислу коефіцієнтів λ , D і η . Вирази для коефіцієнтів переносу виводяться з кінетичної теорії. Вони записані без виведення, оскільки строгий розгляд явищ переносу досить громіздкий, а якісний - не має сенсу. Формули (48.2),(48.4) і (48.7) зв'язують коефіцієнти переносу і характеристики теплового руху молекул. З цих формул витікають прості залежності між λ , D і η :

$$\begin{cases} \eta = \rho D, \\ \lambda / (\eta c_v) = 1. \end{cases}$$

Використовуючи ці формули, можна по знайдених з досліду одним величинам визначити інші.

§ 49. Вакуум і методи його одержання. Властивості ультрарозріджених газів

Якщо з посудини відкачувати газ, то зі зниженням тиску число зіткнень молекул одна з одною зменшується, що призводить до збільшення довжини їх вільного пробігу. При досить великому розрідженні зіткнення між молекулами відносно рідкі, тому основну роль грають зіткнення молекул із стінками посудини. Вакуумом називається стан газу, при якому середня довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ порівнянна або більше характерного лінійного розміру d посудини, в якій газ знаходиться. Залежно від співвідношення $\langle l \rangle$ і d розрізняють **низький** ($\langle l \rangle \ll d$), **середній** ($\langle l \rangle \leq d$), **високий** ($\langle l \rangle > d$) і **надвисокий** ($\langle l \rangle \gg d$) вакуум. Газ в стані високого вакууму називається **ультрарозрідженим**.



Питання створення вакууму мають велике значення в техніці, оскільки, наприклад, у багатьох сучасних електронних приладах використовуються електронні пучки, формування яких можливе лише в умовах вакууму. Для отримання різних ступенів розрідження застосовуються **вакуумні насоси**. Нині застосовуються вакуумні насоси, що дозволяють отримати попереднє розрідження (форвакуум) до $\approx 0,13$ Па, а також вакуумні насоси і лабораторні пристрої, що дозволяють отримати тиск до $13,3$ мкПа- $1,33$ пПа (10^{-7} — 10^{-14} мм рт.ст.).

Принцип роботи форвакуумного насоса представлений на рис. 72. Всередині циліндричної порожнини корпусу обертається ексцентрично насаджений циліндр. Дві лопаті l і l' , вставлені в розріз циліндра розсуваються пружиною 2, розділяють простір між циліндром і стінкою порожнини на дві частини. Газ з відкачуваної посудини поступає в область 3. В процесі обертання циліндра лопать l відходить, простір 3 збільшується і газ засмоктується через трубку 4. При подальшому обертанні лопать l' відключає простір 3 від трубки 4 і починає витісняти газ через клапан 5 назовні. Увесь процес безперервно повторюється.

Для отримання високого вакууму застосовуються **дифузійні насоси** (робоча речовина - ртуть або олія), які не здатні відкачувати газ з посудин починаючи з атмосферного тиску, але здатні створювати додаткову різницю тисків, тому їх вживають разом з форвакуумними насосами. Розглянемо схему дії дифузійного насоса (рис. 73). У колбі ртуть нагрівається, пари ртуті, піднімаючись по трубці 1, вириваються з сопла 2 з великою швидкістю, захоплюючи з собою молекули газу з посудини, що відкачується (у ній створений попередній вакуум).

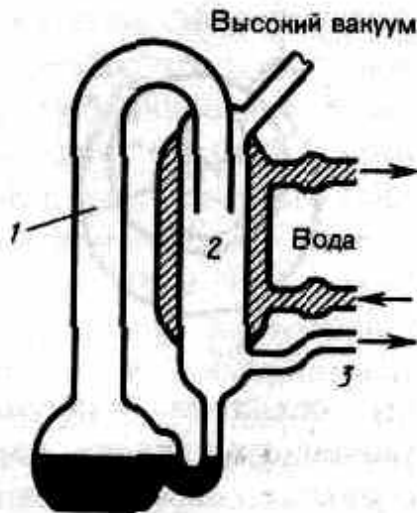


Рис. 73

Ці пари, потрапляючи потім в "водяну сорочку", конденсуються і стікають назад в резервуар, а захоплений газ виходить у навколишній простір (через трубку 3), в якому вже створений форвакуум. Якщо застосовувати багатоступінчасті насоси (декілька сопел розташовані послідовно), то реально при добрих ущільненнях можна за їх допомогою отримати розрідження до 10^{-7} мм рт.ст.

Для подальшого зниження тиску застосовуються так звані "пастки". Між дифузійним насосом і відкачуваним об'єктом розташовують спеціально зігнуте коліно (1 або 2) з'єднувальної трубки (пастку), яку охолоджують рідким азотом (рис.74). При такій температурі пари ртуті (олії) виморожуються і тиск у відкачуваній посудині знижується приблизно на 1-2 порядки. Описані пастки називають **охолоджуваними**; можна застосовувати також **неохолоджувані пастки**. Спеціальну робочу речовину (наприклад, алюмогель) вміщують в один з відростків з'єднувальної трубки поблизу відкачуваного об'єкту, яке підтримується при температурі 300°C.

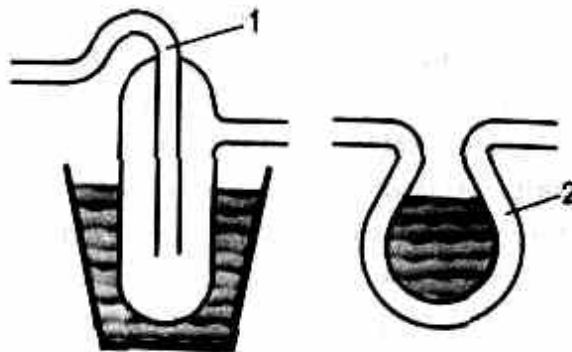


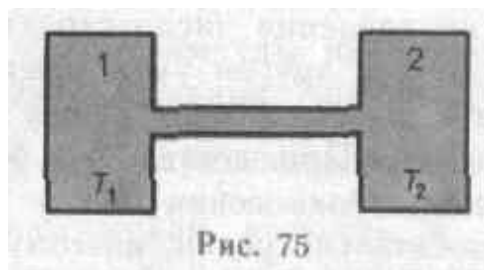
Рис. 74

Після досягнення високого вакууму алюмогель охолоджується до кімнатної температури, за якої він починає поглинати наявні в системі пари. Перевага цих пасток полягає в тому, що з їх допомогою у відкачуваних об'єктах можна підтримувати високий вакуум вже після безпосереднього відкачування впродовж навіть декількох діб.

Зупинимося на деяких властивостях ультрарозріджених газів. Оскільки в стані ультрарозрідження молекули практично одна з одною не стикаються, то газ в цьому стані не має внутрішнього тертя. Відсутність зіткнень між молекулами розрідженого газу відбивається також на механізмі теплопровідності. Якщо при звичайних тисках перенесення енергії молекулами робиться "естафетою", то при ультрарозрідженні кожна

молекула сама повинна перенести енергію від однієї стінки посудини до іншої. Явище зменшення теплопровідності вакууму при зниженні тиску використовується на практиці для створення теплової ізоляції. Наприклад, для зменшення теплообміну між тілом і докільям тіло вміщують в посудину **Дьюара**, що має подвійні стінки, між якими знаходиться розріджене повітря, теплопровідність якого дуже мала.

Розглянемо дві посудини 1 і 2, що підтримуються відповідно при температурах T_1 і T_2 (рис. 75) і сполучених між собою трубкою.



Якщо довжина вільного пробігу молекул значно менше діаметру з'єднувальної трубки ($l \ll d$), то стаціонарний стан газу характеризується рівністю тисків в обох посудинах ($p_1 = p_2$). Стаціонарний же стан ультрарозрідженого газу ($l \gg d$), що знаходиться в двох посудинах, сполучених трубкою, можливий лише у тому випадку, коли зустрічні потоки часток, що переміщуються з однієї посудини в іншу, однакові, тобто $n_1 \langle v_1 \rangle = n_2 \langle v_2 \rangle$ (49.1), де n_1 і n_2 – концентрації молекул в обох посудинах $\langle v_1 \rangle$ і $\langle v_2 \rangle$ – середні швидкості молекул. Враховуючи, що $n = p/(kT)$ і $\langle v \rangle = \sqrt{8RT/(\pi M)}$, з умови (49.1) отримуємо

$$p_1/p_2 = \sqrt{T_1/T_2}, \quad (49.2)$$

тобто в умовах високого вакууму вирівнювання тисків не відбувається. Якщо у відкачаний скляний балон (рис. 76) на пружину 1 насадити слюдяний листочок 2, одна сторона якого зачорнена, і освітлювати його, то виникне різниця температур між світлою і зачорненою поверхнями листочка.

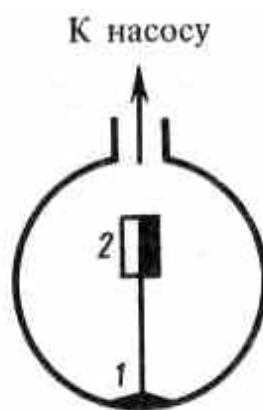


Рис. 76

З виразу (49.2) виходить, що в даному випадку різним буде і тиск, тобто молекули від зачорненої поверхні відштовхуватимуться з більшою силою, ніж від світлої, внаслідок чого листочок відхилиться. Це явище називається **радіометричним ефектом**. На радіометричному ефекті ґрунтується дія **радіометричного манометра**.

Контрольні питання

- Чому термодинамічний і статистичний (молекулярно-кінетичний) методи дослідження макроскопічних систем якісно різні і взаємно доповнюють один одного?
- Що таке термодинамічні параметри? Які термодинамічні параметри вам відомі?
- Як пояснити закон Бойля-Маріотта з точки зору молекулярно-кінетичної теорії?
- Якими законами описуються ізобарні і ізохорні процеси?
- Який фізичний смисл сталої Авогадро? числа Лошмідта?
- За деяких значень температури і тиску азот у кількості речовини 1 моль займає об'єм 20 л. Який об'єм за цих же умов займе водень з кількістю речовини 1 моль?
- В чому полягає молекулярно-кінетичне тлумачення тиску газу? термодинамічної температури?
- В чому зміст і яка мета виведення основного рівняння молекулярно кінетичної теорії газів?
- Який фізичний смисл функції розподілу молекул за швидкостями? за енергіями?
- Як, знаючи функцію розподілу молекул за швидкостями, перейти до функції розподілу за енергіями?
- В скільки разів і як зміниться середня швидкість руху молекул при переході від кисню до водню?
- В чому суть розподілу Больцмана?
- Чи залежить середня довжина вільного пробігу молекул від температури газу? Чому?
- Як зміниться середня довжина вільного пробігу молекул зі збільшенням тиску?
- В чому суть явищ переносу? Які вони і за яких умов виникають?
- Пояснити фізичну суть законів Фур'є? Фіка? Ньютона?
- Який механізм теплопровідності ультрарозріджених газів?

Задачі

8.1. Накреслити і пояснити графіки ізотермічного і ізобарного процесів в координатах p і V , p і T , T і V .

8.2. У посудині при температурі $t=20^{\circ}\text{C}$ і тиску $p=0,2$ МПа міститься суміш газів – кисню масою $m_1=16$ г і азоту масою $m_2=21$ г. Визначити густину суміші. $[2,5 \text{ кг/м}^3]$

8.3. Визначити найбільш ймовірну швидкість молекул газу, густина якого при тиску 40 кПа складає $0,35 \text{ кг/м}^3$. $[478 \text{ м/с}]$

8.4. Використовуючи закон для розподілу молекул ідеального газу за швидкостями, знайти закон, що виражає розподіл молекул по відносних швидкостях u ($U = v/v_B$). $[f(u)=$

$$= \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} u^2]$$

8.5. Скориставшись законом розподілу ідеального газу по відносних швидкостях (див. задачу 8.4), визначити, яка частина молекул кисню, що знаходиться при температурі $t=0^{\circ}\text{C}$, має швидкості від 100 до 110 м/с. $[0,4]$

8.6. На якій висоті густина повітря в два рази менша, ніж його густина на рівні моря? Вважати, що температура повітря скрізь однакова і дорівнює 273 К. $[5,5 \text{ км}]$

8.7. Визначити середню тривалість вільного пробігу молекул водню при температурі 300 К і тиску 5 кПа. Ефективний діаметр молекул прийняти 0,28 нм. $[170 \text{ нс}]$

8.8. Коефіцієнти дифузії і внутрішнього тертя за деяких умов дорівнюють відповідно $1,42 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ і $8,5 \text{ мкПа}\cdot\text{с}$. Визначити концентрацію молекул повітря за цих умов. $[1,25 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}]$