

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Р.В. Захарченко, С.В. Пальцун

# КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ З МЕХАНІКИ ТА МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ

*Рукопис*

«ЕК» НТУУ «КПІ», 2012

Р.В. Захарченко, С.В. Пальцун. Конспект лекцій з механіки та молекулярної фізики [Електронний ресурс]: рукоп. видан. для студентів енергетичних спеціальностей НТУУ “КПІ”, «ЕК» НТУУ “КПІ”, 2012 – 174 с.

Навчальний посібник за змістом відповідає стандартному курсу лекцій з механіки та молекулярної фізики і термодинаміки, який включає розділи від кінематики і динаміки точки до спеціальної теорії відносності і основ термодинаміки та молекулярно кінетичної теорії. Особливу увагу приділено встановленню основних понять механіки, аналізу експериментальних фактів та математичному формулюванню фундаментальних законів. Це безумовно сприятиме формуванню у читача матеріалістичного світогляду.

Для студентів фізичних спеціальностей вищих навчальних закладів.

## Зміст

### Фізичні основи механіки

#### Елементи кінематики

|  |    |
|--|----|
| § 1. Моделі в механіці. Система відліку. Траєкторія, довжина шляху, вектор переміщення | 6  |
| § 2. Швидкість   | 8  |
| § 3. Прискорення і його складові   | 10 |
| § 4. Кутова швидкість та кутове прискорення  | 12 |
| Контрольні питання   | 15 |
| Задачі   | 16 |

#### Динаміка матеріальної точки та поступального руху твердого тіла

|   |    |
|---|----|
| § 5. Перший закон Ньютона. Маса. Сила     | 16 |
| § 6. Другий закон Ньютона                 | 17 |
| § 7. Третій закон Ньютона                 | 19 |
| § 8. Сили тертя                           | 19 |
| § 9. Закон збереження імпульсу. Центр мас | 21 |
| § 10. Рівняння руху тіла змінної маси     | 23 |
| Контрольні питання                        | 24 |
| Задачі                                    | 25 |

#### Закон збереження енергії

|   |    |
|---|----|
| § 11. Енергія, робота, потужність                 | 25 |
| § 12. Кінетична і потенціальна енергії            | 27 |
| § 13. Закон збереження енергії                    | 30 |
| § 14. Графічне представлення енергії              | 32 |
| § 15. Зіткнення абсолютно пружних і непружних тіл | 35 |
| Контрольні питання                                | 38 |
| Задачі  | 39 |

#### Динаміка обертального руху твердого тіла

|  |    |
|--|----|
| § 16. Момент інерції   | 40 |
| § 17. Кінетична енергія обертання                                    | 41 |
| § 18. Момент сили. Рівняння динаміки обертального руху твердого тіла | 42 |
| § 19. Момент імпульсу і закон його збереження                        | 44 |

#### Закон збереження моменту імпульсу

|                                |    |
|--------------------------------|----|
| § 20. Вільні осі. Гіроскоп     | 47 |
| § 21. Деформації твердого тіла | 50 |
| Контрольні питання             | 53 |
| Задачі                         | 54 |

#### Тяжіння. Елементи теорії поля

|   |    |
|---|----|
| § 22. Закони Кеплера. Закон всесвітнього тяжіння    | 55 |
| § 23. Сила тяжіння і вага. Невагомість              | 56 |
| § 24. Поле тяжіння і його напруженість              | 57 |
| § 25. Робота в полі тяжіння. Потенціал поля тяжіння | 57 |
| § 26. Космічні швидкості                            | 60 |
| § 27. Неінерціальні системи відліку. Сили інерції   | 60 |
| Контрольні питання                                  | 65 |
| Задачі  | 65 |

#### Елементи механіки суцільних середовищ

#### Елементи механіки рідин

|  |    |
|--|----|
| § 28. Тиск в рідині і газі                 | 66 |
| § 29. Рівняння нерозривності               | 67 |
| § 30. Рівняння Бернуллі і наслідки з нього | 68 |

|   |     |
|---|-----|
| § 31. В'язкість (внутрішнє тертя). Ламінарний і турбулентний режими течії рідин. ....                         | 72  |
| § 32. Методи визначення в'язкості .....   | 74  |
| § 33. Рух тіл у рідинах і газах .....   | 75  |
| Контрольні питання .....  | 77  |
| Задачі .....  | 78  |
| <b>Елементи спеціальної (частинної) теорії відносності</b>  |     |
| § 34. Перетворення Галілея. Механічний принцип відносності .....  | 79  |
| § 35. Постулати спеціальної (частинної) теорії відносності .....  | 80  |
| § 36. Перетворення Лоренца .....  | 82  |
| § 37. Наслідки перетворень Лоренца .....  | 83  |
| § 38. Інтервал між подіями .....  | 87  |
| § 39. Основний закон релятивістської динаміки матеріальної точки .....  | 89  |
| § 40. Закон взаємозв'язку маси і енергії .....  | 90  |
| Контрольні питання .....  | 93  |
| Задачі .....  | 93  |
| <b>Основи молекулярної фізики і термодинаміки</b>   |     |
| Статистичний і термодинамічний методи дослідження .....   | 94  |
| <b>Молекулярно-кінетична теорія ідеальних газів</b>   |     |
| § 41. Дослідні закони ідеального газу .....   | 95  |
| § 42. Рівняння Клапейрона – Менделєєва .....  | 98  |
| § 43. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів .....                                    | 100 |
| § 44. Закон Максвелла для розподілу молекул ідеального газу за швидкостями і енергіями теплового руху .....   | 102 |
| § 45. Барометрична формула. Розподіл Больцмана .....  | 105 |
| § 46. Середнє число зіткнень і середня довжина вільного пробігу молекул .....                                 | 107 |
| § 47. Дослідне обґрунтування молекулярно-кінетичної теорії .....  | 109 |
| § 48. Явища переносу в термодинамічно нерівноважних системах .....  | 110 |
| § 49. Вакуум і методи його одержання. Властивості ультрарозріджених газів .....                               | 113 |
| Контрольні питання .....  | 116 |
| Задачі .....  | 116 |
| <b>Основи термодинаміки</b>   |     |
| § 50. Число ступенів свободи молекули. Закон рівномірного розподілу енергії по ступенях свободи молекул ..... | 117 |
| § 51. Перший закон термодинаміки .....  | 119 |
| § 52. Робота газу при зміні його об'єму .....   | 120 |
| § 53. Теплоємність .....  | 121 |
| § 54. Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів .....  | 123 |
| § 55. Адіабатичний процес. Політропний процес .....   | 126 |
| § 56. Коловий процес (цикл). Оборотні та необоротні процеси .....   | 129 |
| § 57. Ентропія, її статистичне тлумачення і зв'язок з термодинамічною ймовірністю ...                         | 131 |
| § 58. Другий закон термодинаміки .....  | 133 |
| § 59. Теплові двигуни і холодильні машини. Цикл Карно і його ККД для ідеального газу .....                    | 134 |
| Контрольні питання .....  | 138 |
| Задачі .....  | 139 |
| <b>Реальні гази, рідини і тверді тіла</b>   |     |
| § 60. Сили і потенціальна енергія міжмолекулярної взаємодії .....   | 140 |
| § 61. Рівняння Ван-дер-Ваальса .....  | 141 |
| § 62. Ізотерми Ван-дер-Ваальса та їх аналіз .....   | 143 |
| § 63. Внутрішня енергія реального газу .....  | 145 |
| § 64. Ефект Джоуля — Томсона .....  | 146 |

|  |     |
|--|-----|
| § 65. Зрідження газів .....  | 149 |
| § 66. Властивості рідин. Поверхневий натяг .....                               | 150 |
| § 67. Змочування .....   | 152 |
| § 68. Тиск під викривленою поверхнею рідини .....                              | 154 |
| § 69. Капілярні явища .....  | 155 |
| § 70. Тверді тіла. Моно- і полікристали .....                                  | 156 |
| § 71. Типи кристалічних твердих тіл .....                                      | 157 |
| § 72. Дефекти в кристалах .....  | 164 |
| § 73. Теплоємність твердих тіл .....   | 165 |
| § 74. Випаровування, сублімація, плавлення і кристалізація. Аморфні тіла ..... | 167 |
| § 75. Фазові переходи I та II роду .....                                       | 169 |
| § 76. Діаграма стану. Потрійна точка .....                                     | 170 |
| Контрольні питання .....   | 172 |
| Задачі .....   | 172 |

## Леція 10

### Елементи механіки суцільних середовищ Елементи механіки рідин

#### § 28. Тиск в рідині і газі

Молекули газу, здійснюючи безладний, хаотичний рух, не пов'язані або дуже слабо пов'язані силами взаємодії, тому вони рухаються вільно і в результаті зіткнень прагнуть розлетітися на всі боки, заповнюючи весь наданий їм об'єм, тобто об'єм газу визначається об'ємом тієї посудини, яку газ займає.

Як і газ, рідина приймає форму тієї посудини, в яку її налили. Але в рідинах на відміну від газів середня відстань між молекулами залишається практично постійною, тому рідина має практично незмінний об'єм. Хоча властивості рідин і газів багато в чому відрізняються, в ряді механічних явищ їх поведінка визначається однаковими параметрами і ідентичними рівняннями. Тому **гідроаеромеханіка** - розділ механіки, який вивчає рівновагу і рух рідин і газів, їх взаємодію між собою і обтічними ними твердими тілами, - використовує *єдиний підхід* до вивчення рідин і газів.

В механіці з великим ступенем точності рідини і газу розглядаються як **суцільні**, безперервно розподілені в зайнятій ними частини простору. Густина рідини мало залежить від тиску, а густина газів від тиску залежить істотно. З досвіду відомо, що стисливістю рідини і газу в багатьох задачах можна знехтувати і користуватися єдиним поняттям **нестисливої рідини** - рідини, густина якої всюди однакова і не змінюється з часом.

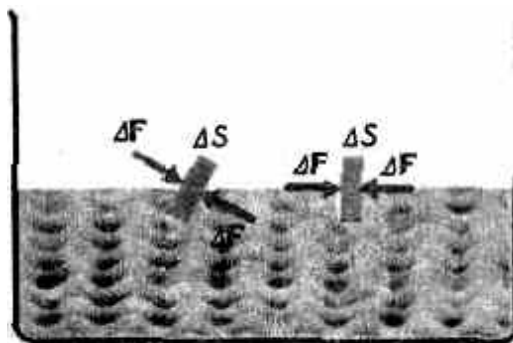


Рис. 44

Якщо в рідину, що покоїться, помістити тонку пластинку, то частини рідини, що знаходяться по різні сторони від неї, будуть діяти на кожен її елемент  $\Delta S$  з силами  $\Delta F$ , які незалежно від того, як пластинка орієнтована, будуть рівні по модулю і спрямовані перпендикулярно площині  $\Delta S$ , оскільки наявність дотичних сил привела б частинки рідини в рух (рис. 44).

Фізична величина, що визначається нормальною силою, яка діє з боку рідини на одиницю площі, називається **тиском**  $p$  рідини:

$$p = \Delta F / \Delta S$$

Одиниця тиску - **паскаль** (Па): 1 Па рівний тиску, створюваному силою 1 Н, рівномірно розподіленою по нормальній до неї поверхні площею  $1 \text{ м}^2$  ( $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$ ). Тиск при рівновазі рідин (газів) підкорюється **закону Паскаля**: тиск в будь-якому місці нерухомої рідини однаковий по всіх напрямках, причому тиск однаково передається по всьому об'єму, зайнятому нерухомою рідиною.

Розглянемо, як впливає вага рідини на розподіл тиску всередині нестисливої рідини у стані спокою. При рівновазі рідини тиск по горизонталі завжди однаковий, інакше не було б рівноваги. Тому вільна поверхня рідини у стані спокою завжди горизонтальна далеко від стінок посудини. Якщо рідина нестислива, то її густина не залежить від тиску. Тоді при поперечному перерізі  $S$  стовпа рідини, його висоті  $h$  і густині  $\rho$  вага  $P = \rho gSh$ , а тиск на нижню основу

$$p = P/S = \rho gSh/S = \rho gh, \quad (28.1)$$

тобто тиск змінюється лінійно з висотою. Тиск  $\rho gh$  називається **гідростатичним тиском**. Відповідно до формули (28.1), сила тиску на нижні шари рідини буде більше, ніж на верхні, тому на тіло, занурене в рідину, діє виштовхуюча сила, яка визначається **законом Архімеда**: на тіло, занурене в рідину (газ), діє з боку цієї рідини спрямована вгору виштовхуюча сила, рівна вазі витісненої тілом рідини (газу):

$$F_A = \rho gV,$$

де  $\rho$  - густина рідини,  $V$  - об'єм зануреного в рідину тіла.

## § 29. Рівняння нерозривності

Рух рідин називається **течією**, а сукупність частинок рухомої рідини - **поток**. Графічно рух рідин зображується за допомогою **ліній течії**, які проводяться так, що дотичні до них збігаються за напрямком з вектором швидкості рідини у відповідних точках простору (рис. 45). Лінії течії проводяться так, щоб густина їх, що характеризується відношенням числа ліній до площі перпендикулярної їм площадки, через яку вони проходять, була більше там, де більше швидкість течії рідини, і менше там, де рідина тече повільніше. Таким чином, по картині ліній течії можна судити про напрямок і модуль швидкості в різних точках простору, тобто можна визначити стан руху рідини. Лінії течії в рідині можна «проявити», наприклад, додавши в неї будь-які помітні зважені частинки. Частину рідини, обмежену лініями течії, називають **трубкою течії**. Течія рідини називається **встановленою** (або **стаціонарною**), якщо форма і розташування ліній течії, а також значення швидкостей в кожній її точці з часом не змінюються.

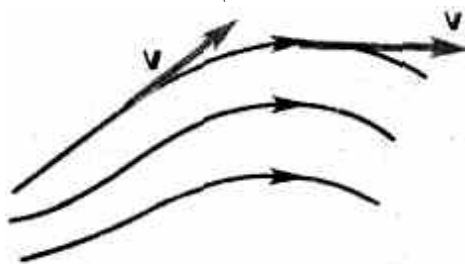


Рис. 45

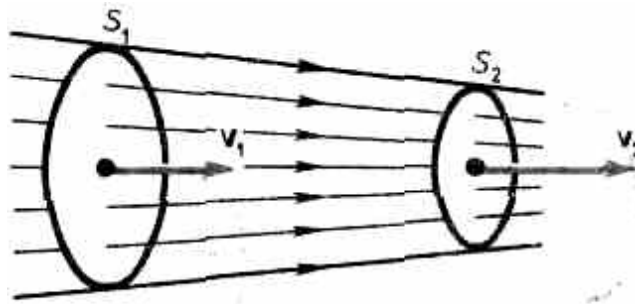


Рис. 46

Розглянемо яку-небудь трубку течії. Виберемо два її перерізи  $S_1$  та  $S_2$ , перпендикулярні до напрямку швидкості (рис. 46). За час  $\Delta t$  через переріз  $S$  проходить об'єм рідини  $Sv\Delta t$ , отже, за 1 с через  $S_1$  пройде об'єм рідини  $S_1v_1$ , де  $v_1$  - швидкість течії рідини в місці перерізу  $S_1$ . Через переріз  $S_2$  за 1 с пройде об'єм рідини  $S_2v_2$ , де  $v_2$  - швидкість течії рідини в місці перерізу  $S_2$ . Тут передбачається, що швидкість рідини в перерізі постійна. Якщо рідина нестислива ( $\rho = \text{const}$ ), то через переріз  $S_2$  пройде такий же об'єм рідини, як і через переріз  $S_1$ , тобто

$$S_1v_1 = S_2v_2 = \text{const} \quad (29.1)$$

Отже, добуток швидкості течії нестисливої рідини на поперечний переріз трубки струму є величина постійна для даної трубки течії. Співвідношення (29.1) називається **рівнянням нерозривності** для нестисливої рідини.

### § 30. Рівняння Бернуллі і наслідки з нього

Виділимо в стаціонарно текучій ідеальній рідині (*фізична абстракція*, тобто уявна рідина, в якій відсутні сили внутрішнього тертя) трубку течії, обмежену перерізами  $S_1$  та  $S_2$ , по якій зліва направо тече рідина (рис. 47). Нехай в місці перетину  $S_1$  швидкість течії  $v_1$ , тиск  $p_1$  і висота, на якій цей перетин розташований,  $h_1$ . Аналогічно, в місці перетину  $S_2$  швидкість течії  $v_2$ , тиск  $p_2$  і висота перерізу  $h_2$ . За малий проміжок часу  $\Delta t$  рідина переміщується від перерізів  $S_1$  та  $S_2$  до перетинів  $S'_1$  і  $S'_2$ .

Відповідно до закону збереження енергії, зміна повної енергії  $E_2 - E_1$  ідеальної нестисливої рідини має дорівнювати роботі  $A$  зовнішніх сил по переміщенню маси рідини:

$$E_2 - E_1 = A, \quad (30.1)$$

де  $E_1$  і  $E_2$  - повні енергії рідини масою  $m$  в місцях перетинів  $S_1$  та  $S_2$  відповідно.

З іншого боку,  $A$  - це робота, що здійснюється при переміщенні всієї рідини, що вміщується між перетинами  $S_1$  та  $S_2$ , за розглядуваний малий проміжок часу  $\Delta t$ . Для перенесення маси  $m$  від  $S_1$  до  $S'_1$  рідина повинна переміститися на відстань  $l_1 = v_1\Delta t$  і від  $S_2$  до  $S'_2$  - на відстань  $l_2 = v_2\Delta t$ . Зазначимо, що  $l_1$  і  $l_2$  настільки малі, що всім точкам об'ємів, зафарбованих на рис. 47, приписують постійні значення швидкості  $v$ , тиску  $p$  і висоти  $h$ . Отже,

$$A = F_1l_1 + F_2l_2, \quad (30.2)$$

де  $F_1 = p_1S_1$  і  $F_2 = p_2S_2$  (негативна, тому що спрямована в бік, протилежний течії рідини; рис.47).



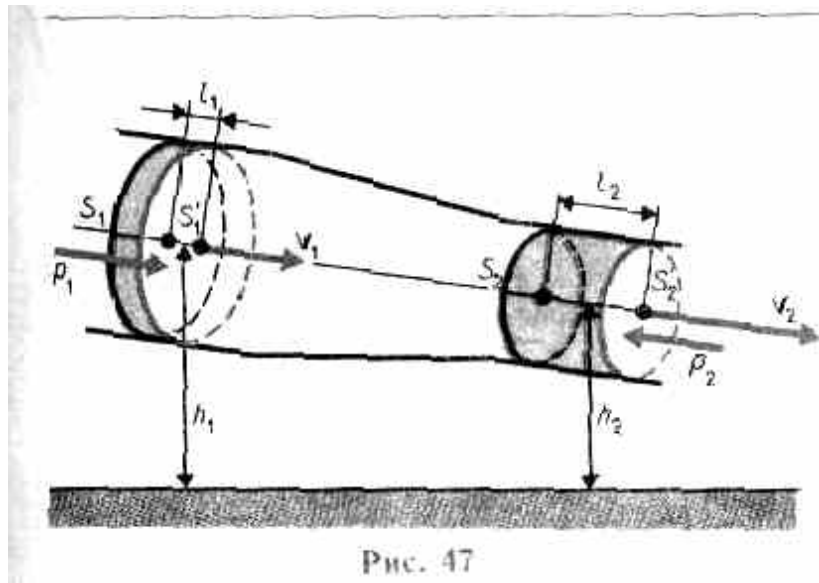


Рис. 47

Повні енергії  $E_1$  і  $E_2$  будуть складатися з кінетичної і потенціальної енергій маси  $m$  рідини:

$$E_1 = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1, \quad (30.3)$$

$$E_2 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2. \quad (30.4)$$

Підставляючи (30.3) і (30.4) в (30.1) і прирівнюючи (30.1) і (30.2), отримаємо

$$\begin{aligned} \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 + \rho_1 S_1 v_1 \Delta t &= \\ &= \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 + \rho_2 S_2 v_2 \Delta t. \end{aligned} \quad (30.5)$$

Згідно з рівнянням нерозривності для нестисливої рідини (29.1), об'єм, що займає рідина, залишається постійним, тобто

$$\Delta V = S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t.$$

Розділивши вираз (30.5) на  $\Delta V$ , отримаємо

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho gh_2 + p_2,$$

де  $\rho$  - густина рідини. Але оскільки перерізи вибиралися довільно, то можемо записати

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const}. \quad (30.6)$$

Вираз (30.6) виведено швейцарським фізиком Д. Бернуллі (1700-1782; опубліковано в 1738 р.) і називається **рівнянням Бернуллі**. Як видно з його виведення, рівняння Бернуллі - вираз закону збереження енергії застосований до встановленої течії

ідеальної рідини. Воно добре виконується і для реальних рідин, внутрішнє тертя яких не дуже велике. Величина  $p$  у формулі (30.6) називається **статичним тиском** (тиск рідини на поверхню обтічного нею тіла), величина  $\rho v^2/2$  - **динамічним тиском**. Як уже зазначалося вище (див. § 28), величина  $\rho gh$  являє собою **гідростатичний тиск**.

Для горизонтальної трубки течії ( $h_1 = h_2$ ) вираз (30.6) приймає вид

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = \text{const}, \quad (30.7)$$

де  $p + \rho v^2/2$  називається **повним тиском**.

З рівняння Бернуллі (30.7) для горизонтальної трубки струму та рівняння нерозривності (29.1) випливає, що при течії рідини по горизонтальній трубці, що має різні перетини, швидкість рідини більше в місцях звуження, а статичний тиск більше в більш широких місцях, тобто там, де швидкість менше. Це можна продемонструвати, встановивши вздовж труби ряд **манометрів** (рис.48).

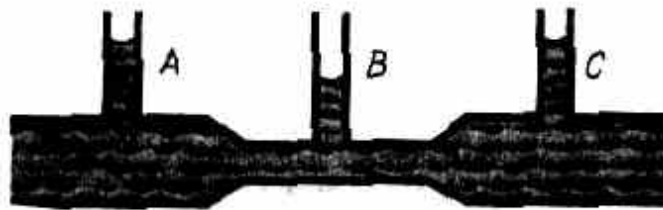


Рис. 48

Відповідно до рівняння Бернуллі досвід показує, що в манометричній трубці B, прикріпленій до вузької частини труби, рівень рідини нижче, ніж в манометричних трубках A і C, прикріплених до широкої частини труби.

Оскільки динамічний тиск пов'язаний зі швидкістю руху рідини (газу), то рівняння Бернуллі дозволяє вимірювати швидкість потоку рідини. Для цього застосовується трубка Піто - Прандтля (рис.49).

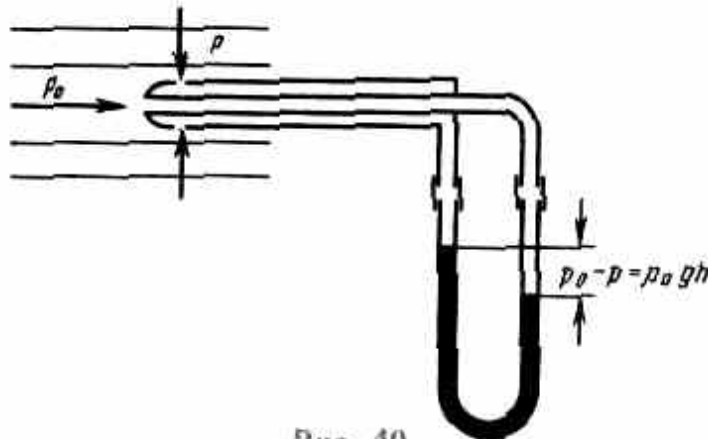


Рис. 49

Прилад складається з двох зігнутих під прямим кутом трубок, протилежні кінці яких приєднані до манометру. За допомогою однієї з трубок вимірюється повний тиск ( $p_0$ ), за допомогою іншої - статичний ( $p$ ). Манометром вимірюється різниця тисків:

$$p_0 - p = \rho_0 gh, \quad (30.8)$$

де  $\rho$  - густина рідини в манометрі. З іншого боку, згідно з рівнянням Бернуллі, різниця повного і статичного тисків дорівнює динамічному тиску:

$$p_0 - p = \rho v^2 / 2. \quad (30.9)$$

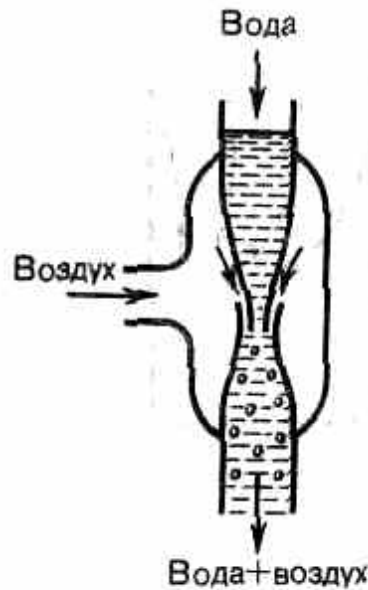


Рис. 50

З формул (30.8) і (30.9) одержуємо шукану швидкість потоку рідини:

$$v = \sqrt{2\rho_0gh/\rho}.$$

Зменшення статичного тиску в точках, де швидкість потоку більше, покладено в основу роботи **водоструменевого насоса** (рис. 50). Струмінь води подається в трубку, відкриту в атмосферу, так що тиск на виході з трубки дорівнює атмосферному. У трубці є звуження, по якому вода тече з більшою швидкістю. У цьому місці тиск менше атмосферного. Цей тиск встановлюється і у відкачаній посудині, яка пов'язана з трубкою через розрив, який є в її вузькій частині. Повітря захоплюється водою, що витікає з великою швидкістю з вузького кінця. Таким чином можна відкачувати повітря з посудини до тиску 100 мм рт. ст. (1 мм рт. ст. = 133,32 Па). Рівняння Бернуллі використовується для знаходження швидкості витікання рідини через отвір у стінці або у дні посудини. Розглянемо циліндричну посудину з рідиною, в бічній стінці якої на певній глибині нижче рівня рідини є маленький отвір (рис.51).

Розглянемо два перерізи (на рівні  $h_1$  вільної поверхні рідини в посудині і на рівні  $h_2$  виходу її з отвору). Напишемо для них рівняння Бернуллі:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho gh_2 + p_2.$$

Оскільки тиски  $p_1$  і  $p_2$  в рідині на рівнях першого і другого перетинів рівні атмосферному, тобто  $p_1 = p_2$ , то рівняння буде мати вигляд

$$\frac{v_1^2}{2} + gh_1 = \frac{v_2^2}{2} + gh_2.$$

З рівняння нерозривності (29.1) випливає, що  $v_2/v_1 = S_1/S_2$ , де  $S_1$  і  $S_2$  - площі поперечних перерізів посудини і отвора. Якщо  $S_1 \gg S_2$ , то членом  $v_1^2/2$  можна знехтувати і

$$v_2^2 = 2g(h_1 - h_2) = 2gh,$$

$$v_2 = \sqrt{2gh}.$$

Цей вираз отримав назву **формули Торрічеллі**.

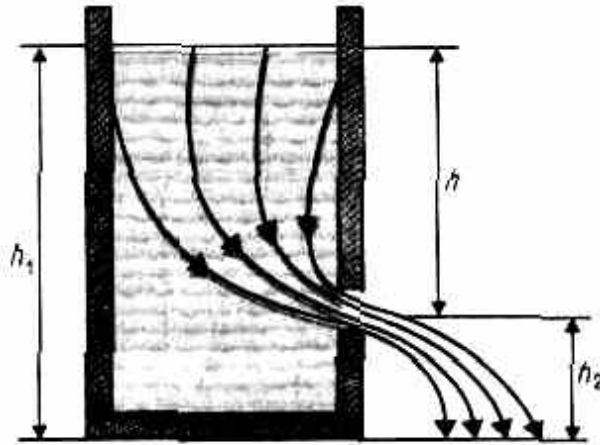


Рис. 51

### § 31. В'язкість (внутрішнє тертя). Ламінарний і турбулентний режими течії рідин.

**В'язкість (внутрішнє тертя)** - це властивість реальних рідин чинити опір переміщенню однієї частини рідини відносно іншої. При переміщенні одних шарів реальної рідини відносно інших виникають сили внутрішнього тертя, спрямовані по дотичній до поверхні шарів. Дія цих сил проявляється в тому, що з боку шару, що рухається швидше, на шар, що рухається повільніше, діє прискорююча сила. З боку ж шару, що рухається повільніше, на шар, що рухається швидше, діє гальмуюча сила.

Сила внутрішнього тертя  $F$  тим більше, чим більше розглядувана площа поверхні шару  $S$  (рис. 52), і залежить від того, наскільки швидко змінюється швидкість течії рідини при переході від шару до шару. На рисунку представлені два шари, віддалені один від одного на відстань  $\Delta x$ , які рухаються зі швидкостями  $v_1$  і  $v_2$ . При цьому  $v_1 - v_2 = \Delta v$ . Напрямок, в якому відраховується відстань між шарами, перпендикулярний до швидкості течії шарів. Величина  $\Delta v / \Delta x$  показує, як швидко змінюється швидкість при переході від шару до шару в напрямку  $x$ , перпендикулярному напрямку руху шарів, і називається **градієнтом швидкості**. Таким чином, модуль сили внутрішнього тертя

$$F = \eta \left| \frac{\Delta v}{\Delta x} \right| S, \quad (31.1)$$

де коефіцієнт пропорційності  $\eta$ , що залежить від природи рідини, називається **динамічною в'язкістю** (або просто **в'язкістю**). Одиниця в'язкості - паскаль • секунда (Па • с): 1 Па • с дорівнює динамічній в'язкості середовища, в якому при ламінарному характері течії і градієнті швидкості з модулем, рівним 1 м/с на 1 м, виникає сила внутрішнього тертя в 1 Н на 1 м<sup>2</sup> поверхні шарів, що труться (1 Па • с = 1 Н • с/м<sup>2</sup>).

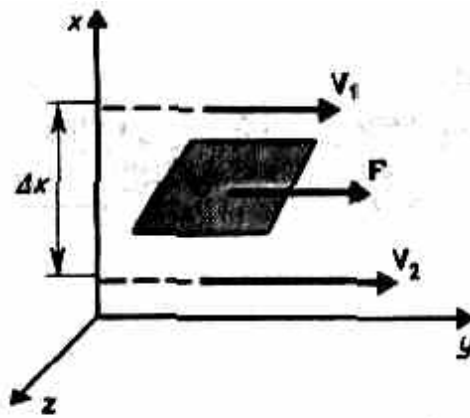


Рис. 52

Чим більше в'язкість, тим сильніше рідина відрізняється від ідеальної, тим більші сили внутрішнього тертя в ній виникають. В'язкість залежить від температури, причому характер цієї залежності для рідин і газів різний (для рідин  $\eta$  зі збільшенням температури зменшується, в газів, навпаки, збільшується), що вказує на відмінність в них механізмів внутрішнього тертя. Особливо сильно від температури залежить в'язкість масел. Наприклад, в'язкість касторової олії в інтервалі 18-40°C падає в чотири рази. Радянський фізик П. Л. Капіца (1894-1984; Нобелівська премія 1978р.) відкрив, що при температурі 2,17 К рідкий гелій переходить в надтекучий стан, в якому його в'язкість дорівнює нулю.

Існує два режими течії рідин. Течія називається **ламінарною (шаруватою)**, якщо вздовж потоку кожен виділений тонкий шар ковзає відносно сусідніх, не перемішуючись з ними, і **турбулентною (вихровою)**, якщо вздовж потоку відбувається інтенсивне вихороутворення і перемішування рідини (газу).

Ламінарна течія рідини спостерігається при невеликих швидкостях її руху. Зовнішній шар рідини, що примикає до поверхні труби, в якій вона тече, через сили молекулярного зчеплення прилипає до неї і залишається нерухомим. Швидкості наступних шарів тим більше, чим більше їх відстань до поверхні труби, і найбільшою швидкістю володіє шар, який рухається вздовж осі труби.

При турбулентній течії частки рідини набувають складові швидкостей, перпендикулярні до течії, тому вони можуть переходити з одного шару в інший. Швидкість частинок рідини швидко зростає в міру віддалення від поверхні труби, потім змінюється досить незначно. Оскільки частинки рідини переходять з одного шару в інший, то їх швидкості в різних шарах мало відрізняються. Через велике значення градієнта швидкостей біля поверхні труби зазвичай відбувається утворення вихорів.

Профіль усередненої швидкості при турбулентній течії в трубах; (рис. 53) відрізняється від параболічного профілю при ламінарній течії більш швидким зростанням швидкості у стінок труби і меншою кривизною в центральній частині течії.

Англійський вчений О. Рейнольдс (1842-1912) в 1883 р. встановив, що характер течії залежить від безрозмірної величини, яку називають **числом Рейнольдса**:

$$Re = \frac{\rho \langle v \rangle d}{\eta} = \frac{\langle v \rangle d}{\nu}$$

де  $\nu = \eta/\rho$  - кінематична в'язкість;  $\rho$  - густина рідини;  $\langle v \rangle$  - середня по перерізу труби швидкість рідини;  $d$  - характерний лінійний розмір, наприклад діаметр труби.

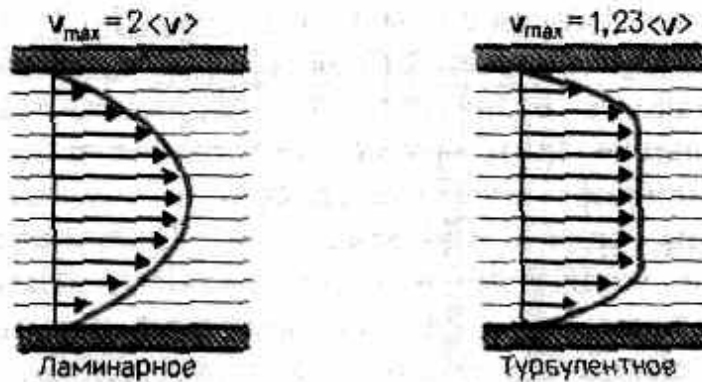


Рис. 53

При малих значеннях числа Рейнольдса ( $Re \leq 1000$ ) спостерігається ламінарна течія, перехід від ламінарної течії до турбулентної відбувається в області  $1000 \leq Re \leq 2000$ , а при  $Re = 2300$  (для гладких труб) течія - турбулентна. Якщо число Рейнольдса однакове, то режим течії різних рідин (газів) в трубах різних перерізів однаковий.

### § 32. Методи визначення в'язкості

**1. Метод Стокса.** Цей метод визначення в'язкості заснований на вимірюванні швидкості повільно рухаючихся в рідині невеликих тіл сферичної форми. На кульку, що падає в рідині вертикально вниз, діють три сили: сила тяжіння  $P = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$  ( $\rho$  - густина кульки), сила Архімеда  $F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' g$  ( $\rho'$  - густина рідини) і сила опору, емпірично встановлена Дж. Стоксом:  $F = 6\pi\eta r v$ , де  $r$  - радіус кульки,  $v$  - його швидкість. При рівномірному русі кульки

$$P = F_A + F,$$

або

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' g + 6\pi\eta r v, \text{ звідки}$$

$$v = \frac{2(\rho - \rho')gr^2}{9\eta}.$$

Вимірявши швидкість рівномірного руху кульки, можна визначити в'язкість рідини (газу).

**2. Метод Пуазейля.** Цей метод заснований на ламінарному характері течії рідини в тонкому капілярі. Розглянемо капіляр радіусом  $R$  і довжиною  $l$ . У рідині подумки виділимо циліндричний шар радіусом  $r$  і товщиною  $dr$  (рис. 54). Сила внутрішнього тертя (див. (31.1)), що діє на бічну поверхню цього шару,

$$F = -\eta \frac{dv}{dr} dS = -\eta 2\pi r l \frac{dv}{dr},$$

де  $dS$  - бокова поверхня циліндричного шару; знак мінус означає, що при зростанні радіуса швидкість зменшується. Для встановленої течії рідини сила внутрішнього тертя, що діє на бічну поверхню циліндра, врівноважується силою тиску, що діє на його основу:

$$-\eta 2\pi r l \frac{dv}{dr} = \Delta p \pi r^2,$$

$$dv = -\frac{\Delta p}{2\eta l} r dr.$$

Після інтегрування, вважаючи, що у стінок має місце прилипання рідини, тобто швидкість на відстані  $R$  від осі дорівнює нулю, отримаємо

$$v = \frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2 - r^2).$$

Звідси видно, що швидкості частинок рідини розподіляються за параболічним законом, причому вершина параболи лежить на осі труби (див. також рис.53).

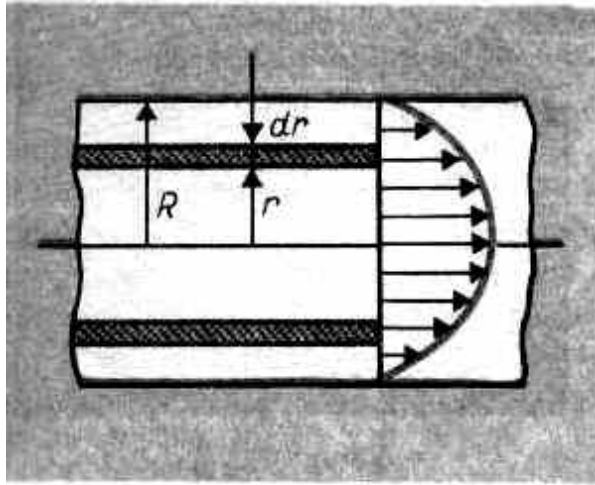


Рис. 54

За час  $t$  з труби витече рідина, об'єм якої

$$\begin{aligned} V &= \int_0^R v t \cdot 2\pi r dr = \frac{2\pi \Delta p t}{4\eta l} \int_0^R r (R^2 - r^2) dr = \\ &= \frac{\pi \Delta p t}{2\eta l} \left[ \frac{r^2 R^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_0^R = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8\eta l}, \end{aligned}$$

звідки в'язкість

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8Vl}.$$

### § 33. Рух тіл у рідинах і газах

Однією з найважливіших задач аеро-та гідродинаміки є дослідження руху твердих тіл в газі і рідині, зокрема вивчення тих сил, з якими середовище діє на рухоме тіло. Ця проблема набула особливо великого значення у зв'язку з бурхливим розвитком авіації і збільшенням швидкості руху морських суден.

На тіло, що рухається в рідині або газі, діють дві сили (їх рівнодіючу позначимо  $\mathbf{R}$ ), одна з яких ( $\mathbf{R}_x$ ) напрямлена в сторону протилежну руху тіла (в сторону потоку), - **лобовий опір**, а друга ( $\mathbf{R}_y$ ) перпендикулярна до цього напрямку - **підйомна сила** (рис. 55)

Якщо тіло симетрично і його вісь симетрії збігається з напрямком швидкості, то на нього діє тільки лобовий опір, підйомна сила в цьому випадку дорівнює нулю. Можна довести, що в *ідеальній рідині* рівномірний рух відбувається без лобового опору. Якщо розглянути рух циліндра в такій рідині (рис. 56), то картина ліній течії симетрична як відносно прямої, що проходить через точки А і В, так і відносно прямої, що проходить через точки С і D, тобто результуюча сила тиску на поверхню циліндра буде дорівнювати нулю.

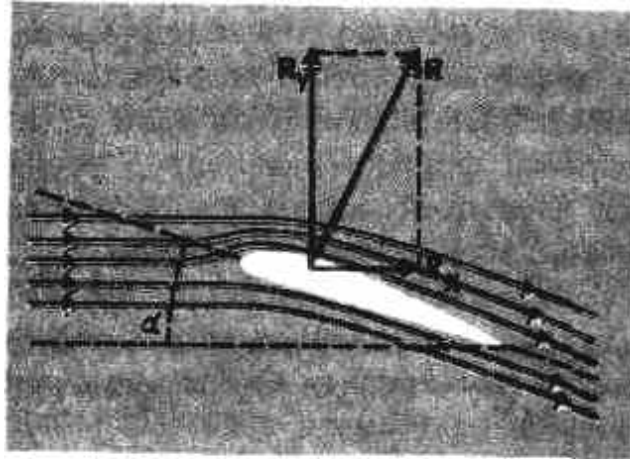


Рис. 55

Інакше відбувається при русі тіл у *в'язкій рідині* (особливо при збільшенні швидкості обтікання). Внаслідок *в'язкості середовища* в області, прилеглої до поверхні тіла, утворюється *пограничний шар часток*, що рухаються з меншими швидкостями.

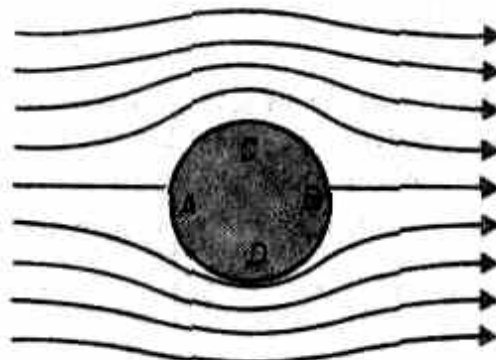


Рис. 56

В результаті гальмуючої дії цього шару виникає обертання частинок і рух рідини в прикордонному шарі стає вихровим. Якщо тіло не має обтічної форми (немає хвостової частини, що плавно тоншає), то прикордонний шар рідини відривається від поверхні тіла. За тілом виникає течія рідини (газу), спрямована протилежно до набігаючого потоку. Відірваний прикордонний шар, слідує за цією течією, утворює вихори, що обертаються в протилежні сторони (мал. 57).

Лобовий опір залежить від форми тіла і його положення щодо потоку, що враховується безрозмірним коефіцієнтом опору  $C_x$ , який визначається експериментально:

$$R_x = C_x \frac{\rho v^2}{2} S, \quad (33.1)$$

де  $\rho$  - густина середовища;  $v$  - швидкість руху тіла;  $S$  - найбільший поперечний переріз тіла.



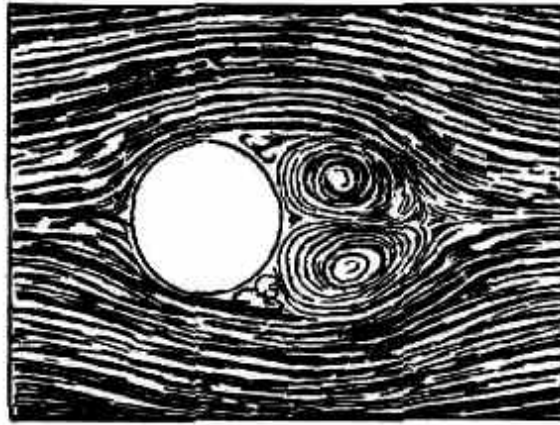


Рис. 57

Складову  $R_x$  можна значно зменшити, підбравши тіло такої форми, яка не сприяє утворенню завихрення. Підйомна сила може бути визначена формулою, аналогічною (33.1):

$$R_y = C_y \frac{\rho v^2}{2} S,$$

де  $C_y$  - безрозмірний коефіцієнт підйомної сили.

Для крила літака потрібна велика підйомна сила при малому лобовому опорі (ця умова виконується при малих кутах атаки  $\alpha$  (кут до потоку); див. рис. 55). Крило тим краще задовольняє цій умові, чим більше величина  $K=C_y/C_x$ , яку називають **якістю крила**. Великі заслуги в конструюванні необхідного профілю крила та вивченні впливу геометричної форми тіла на коефіцієнт підйомної сили належать «батьку російської авіації» М. Є. Жуковському (1847-1921).

### Контрольні питання

- Що таке тиск в рідині? Тиск - величина векторна або скалярна? Яка одиниця тиску в СІ?
- Сформулюйте і поясніть закони Паскаля і Архімеда.
- Що називають лінією течії? трубкою течії?
- Що характерно для встановленої течії рідини?
- Який фізичний зміст і як вивести рівняння нерозривності для нестисливої рідини?
- Який закон виражає рівняння Бернуллі для ідеальної нестисливої рідини? Виведіть це рівняння.
- Як в потоці рідини виміряти статичний тиск? динамічний тиск? повний тиск?
- Що таке градієнт швидкості?
- Який фізичний зміст коефіцієнта динамічної в'язкості?
- Яка течія рідини називається ламінарною? турбулентною? Що характеризує число Рейнольдса?
- Поясніть (з виводом) практичне застосування методів Стокса і Пуазейля.
- Які причини виникнення лобового опору тіла, що рухається в рідині? Чи може він бути рівним нулю?
- Як пояснити виникнення підйомної сили (див. рис. 55)?

### Задачі

**6.1.** Порожня залізна куля ( $\rho=7,87 \text{ г/см}^3$ ) важить в повітрі 5 Н, а у воді ( $\rho'=1 \text{ г/см}^3$ ) - 3 Н. Нехтуючи виштовхуючою силою повітря, визначити об'єм внутрішньої порожнини кулі. [139 см<sup>3</sup>]

**6.2.** Бак циліндричної форми з площею основи  $S = 1 \text{ м}^2$  і об'ємом  $V=3 \text{ м}^3$  заповнений водою. Нехтуючи в'язкістю води, визначити час  $t$ , необхідний для спустошення бака, якщо на дні бака утворився круглий отвір площею  $S_1 = 10 \text{ см}^2$ .

$$\left[ t = \frac{1}{S_1} \sqrt{\frac{2SV}{g}} = 13 \text{ мин} \right]$$

**6.3.** Сопло фонтану, що дає вертикальний струмінь висотою  $H = 5 \text{ м}$ , має форму усіченого конуса, що звужується догори. Діаметр нижнього перетину  $d_1 = 6 \text{ см}$ , верхнього -  $d_2 = 2 \text{ см}$ . Висота сопла  $h = 1 \text{ м}$ . Нехтуючи опором повітря в струмені і опором в соплі, визначити: 1) витрату води в 1 с, що подається фонтаном; 2) різницю  $\Delta p$  тиску в нижньому перетині і атмосферного тиску. Густина води  $\rho=1 \text{ г/см}^3$  [1)  $\sqrt{2gH} \pi d^2/4 = 3,1 \times 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ ; 2)  $\Delta p = \rho gh + \rho g H (1 - d_2^4/d_1^4) = 58,3 \text{ кПа}$ ]

**6.4.** На горизонтальній поверхні стоїть циліндрична посудина, в бічній поверхні якої є отвір. Поперечний переріз отвору значно менше поперечного перерізу самої посудини. Отвір розташований на відстані  $h_1 = 64 \text{ см}$  нижче рівня води в посудині, який підтримується постійним, і на відстані  $h_2 = 25 \text{ см}$  від дна посудини. Нехтуючи в'язкістю води, визначити, на якій відстані по горизонталі від посудини падає на поверхню струмінь, що витікає з отвору. [80 см]

**6.5.** У широкій посудині, наповненій гліцерином (густина  $\rho=1,2 \text{ г/см}^3$ ), падає з встановленою швидкістю 5 см/с скляна кулька ( $\rho' = 2,7 \text{ г/см}^3$ ) діаметром 1 мм. Визначити динамічну в'язкість гліцерину. [1,6 Па • с]

**6.6.** У бокову поверхню циліндричної посудини, встановленої на столі, вставлений на висоті  $h_1 = 5 \text{ см}$  від його дна капіляр з внутрішнім діаметром  $d = 2 \text{ мм}$  і довжиною  $l = 1 \text{ см}$ . У посудині підтримується постійний рівень машинного масла (густина  $\rho = 0,9 \text{ г/см}^3$  і динамічна в'язкість  $\eta=0,1 \text{ Па}\cdot\text{с}$ ) на висоті  $h_2 = 80 \text{ см}$  вище капіляра. Визначити, на якій відстані по горизонталі від кінця капіляра падає на поверхню столу струмінь олії, що витікає з отвору. [ $s = d^2 \rho h_2 \sqrt{2gh_1} / (32\eta) = 8,9 \text{ см}$ ]

**6.7.** Визначити найбільшу швидкість, яку може придбати вільно падаюча в повітрі ( $\rho=1,29 \text{ г/см}^3$ ) сталева кулька ( $\rho' = 9 \text{ г/см}^3$ ) масою  $m = 20 \text{ г}$ . Коефіцієнт  $C_x$  прийняти рівним 0,5. [94 см / с]