

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Р.В. Захарченко, С.В. Пальцун

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ З МЕХАНІКИ ТА МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ

Рукопис

«ЕК» НТУУ «КПІ», 2012

Р.В. Захарченко, С.В. Пальцун. Конспект лекцій з механіки та молекулярної фізики [Електронний ресурс]: рукоп. видан. для студентів енергетичних спеціальностей НТУУ “КПІ”, «ЕК» НТУУ “КПІ”, 2012 – 174 с.

Навчальний посібник за змістом відповідає стандартному курсу лекцій з механіки та молекулярної фізики і термодинаміки, який включає розділи від кінематики і динаміки точки до спеціальної теорії відносності і основ термодинаміки та молекулярно кінетичної теорії. Особливу увагу приділено встановленню основних понять механіки, аналізу експериментальних фактів та математичному формулюванню фундаментальних законів. Це безумовно сприятиме формуванню у читача матеріалістичного світогляду.

Для студентів фізичних спеціальностей вищих навчальних закладів.

Зміст

Фізичні основи механіки

Елементи кінематики

§ 1. Моделі в механіці. Система відліку. Траєкторія, довжина шляху, вектор переміщення	6
§ 2. Швидкість	8
§ 3. Прискорення і його складові	10
§ 4. Кутова швидкість та кутове прискорення	12
Контрольні питання	15
Задачі	16

Динаміка матеріальної точки та поступального руху твердого тіла

§ 5. Перший закон Ньютона. Масса. Сила	16
§ 6. Другий закон Ньютона	17
§ 7. Третій закон Ньютона	19
§ 8. Сили тертя	19
§ 9. Закон збереження імпульсу. Центр мас	21
§ 10. Рівняння руху тіла змінної маси	23
Контрольні питання	24
Задачі	25

Закон збереження енергії

§ 11. Енергія, робота, потужність	25
§ 12. Кінетична і потенціальна енергії	27
§ 13. Закон збереження енергії	30
§ 14. Графічне представлення енергії	32
§ 15. Зіткнення абсолютно пружних і непружних тіл	35
Контрольні питання	38
Задачі	39

Динаміка обертального руху твердого тіла

§ 16. Момент інерції	40
§ 17. Кінетична енергія обертання	41
§ 18. Момент сили. Рівняння динаміки обертального руху твердого тіла	42
§ 19. Момент імпульсу і закон його збереження	44

Закон збереження моменту імпульсу

§ 20. Вільні осі. Гіроскоп	47
§ 21. Деформації твердого тіла	50
Контрольні питання	53
Задачі	54

Тяжіння. Елементи теорії поля

§ 22. Закони Кеплера. Закон всесвітнього тяжіння	55
§ 23. Сила тяжіння і вага. Невагомість	56
§ 24. Поле тяжіння і його напруженість	57
§ 25. Робота в полі тяжіння. Потенціал поля тяжіння	57
§ 26. Космічні швидкості	60
§ 27. Неінерціальні системи відліку. Сили інерції	60
Контрольні питання	65
Задачі	65

Елементи механіки суцільних середовищ

Елементи механіки рідин

§ 28. Тиск в рідині і газі	66
§ 29. Рівняння нерозривності	67
§ 30. Рівняння Бернуллі і наслідки з нього	68

§ 31. В'язкість (внутрішнє тертя). Ламінарний і турбулентний режими течії рідин.	72
§ 32. Методи визначення в'язкості	74
§ 33. Рух тіл у рідинах і газах	75
Контрольні питання	77
Задачі	78
Елементи спеціальної (частинної) теорії відносності	
§ 34. Перетворення Галілея. Механічний принцип відносності	79
§ 35. Постулати спеціальної (частинної) теорії відносності	80
§ 36. Перетворення Лоренца	82
§ 37. Наслідки перетворень Лоренца	83
§ 38. Інтервал між подіями	87
§ 39. Основний закон релятивістської динаміки матеріальної точки	89
§ 40. Закон взаємозв'язку маси і енергії	90
Контрольні питання	93
Задачі	93
Основи молекулярної фізики і термодинаміки	
Статистичний і термодинамічний методи дослідження	94
Молекулярно-кінетична теорія ідеальних газів	
§ 41. Дослідні закони ідеального газу	95
§ 42. Рівняння Клапейрона – Менделєєва	98
§ 43. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів	100
§ 44. Закон Максвелла для розподілу молекул ідеального газу за швидкостями і енергіями теплового руху	102
§ 45. Барометрична формула. Розподіл Больцмана	105
§ 46. Середнє число зіткнень і середня довжина вільного пробігу молекул	107
§ 47. Дослідне обґрунтування молекулярно-кінетичної теорії	109
§ 48. Явища переносу в термодинамічно нерівноважних системах	110
§ 49. Вакуум і методи його одержання. Властивості ультрарозріджених газів	113
Контрольні питання	116
Задачі	116
Основи термодинаміки	
§ 50. Число ступенів свободи молекули. Закон рівномірного розподілу енергії по ступенях свободи молекул	117
§ 51. Перший закон термодинаміки	119
§ 52. Робота газу при зміні його об'єму	120
§ 53. Теплоємність	121
§ 54. Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів	123
§ 55. Адіабатичний процес. Політропний процес	126
§ 56. Коловий процес (цикл). Оборотні та необоротні процеси	129
§ 57. Ентропія, її статистичне тлумачення і зв'язок з термодинамічною ймовірністю ...	131
§ 58. Другий закон термодинаміки	133
§ 59. Теплові двигуни і холодильні машини. Цикл Карно і його ККД для ідеального газу	134
Контрольні питання	138
Задачі	139
Реальні гази, рідини і тверді тіла	
§ 60. Сили і потенціальна енергія міжмолекулярної взаємодії	140
§ 61. Рівняння Ван-дер-Ваальса	141
§ 62. Ізотерми Ван-дер-Ваальса та їх аналіз	143
§ 63. Внутрішня енергія реального газу	145
§ 64. Ефект Джоуля — Томсона	146

§ 65. Зрідження газів	149
§ 66. Властивості рідин. Поверхневий натяг	150
§ 67. Змочування	152
§ 68. Тиск під викривленою поверхнею рідини	154
§ 69. Капілярні явища	155
§ 70. Тверді тіла. Моно- і полікристали	156
§ 71. Типи кристалічних твердих тіл	157
§ 72. Дефекти в кристалах	164
§ 73. Теплоємність твердих тіл	165
§ 74. Випаровування, сублімація, плавлення і кристалізація. Аморфні тіла	167
§ 75. Фазові переходи I та II роду	169
§ 76. Діаграма стану. Потрійна точка	170
Контрольні питання	172
Задачі	172

Тяжіння. Елементи теорії поля

§ 22. Закони Кеплера. Закон всесвітнього тяжіння

Ще в давні часи було помічено, що на відміну від зірок, які незмінно зберігають своє взаємне розташування в просторі протягом століть, планети описують серед зірок найскладніші траєкторії. Для пояснення петлеподібного руху планет давньогрецький вчений К. Птоломей (II ст. Н.е.), вважаючи Землю розташованою в центрі Всесвіту, припустив, що кожна з планет рухається по малому колу (епіциклу), центр якого рівномірно рухається по великому колу, в центрі якого знаходиться Земля. Ця концепція отримала назву **птолемесової геоцентричної системи світу** та за підтримки католицької церкви панувала майже півтори тисячі років.

На початку XVI ст. польським астрономом Н. Коперніком (1473-1543) обгрунтована **геліоцентрична система** (див. § 5), згідно з якою рух небесних тіл пояснюється рухом Землі (а також інших планет) навколо Сонця і добовим обертанням Землі. Теорія і спостереження Коперника сприймалися як цікава фантазія.

На початок XVII сторіччя більшість вчених переконалося в справедливості геліоцентричної системи світу. І. Кеплер (1571 - 1630), обробивши і уточнивши результати численних спостережень датського астронома Т. Браге (1546-1601), сформулював **закони руху планет**:

1. Планети рухаються по еліпсах, в одному з фокусів якого знаходиться Сонце.
2. Радіус-вектор планети за однакові проміжки часу описує однакові площі.
3. Квадрати періодів обертання планет навколо Сонця відносяться як куби великих півосей їхніх орбіт.

Згодом І. Ньютон, вивчаючи рух небесних тіл, на підставі законів Кеплера і основних законів динаміки відкрив загальний **закон всесвітнього тяжіння**: між будь-якими двома матеріальними точками діє сила взаємного тяжіння, прямо пропорційна добутку мас цих точок (m_1 і m_2) і обернено пропорційна квадрату відстані між ними (r^2):

$$F=Gm_1m_2/r^2. \quad (22.1)$$

Ця сила називається **гравітаційною** (або **силою всесвітнього тяжіння**). Сили тяжіння завжди є силами притягання і спрямовані вздовж прямої, що проходить через взаємодіючі тіла. Коефіцієнт пропорційності G називається **гравітаційною сталою**.

Закон всесвітнього тяжіння встановлений для тіл, прийнятих за матеріальні точки, тобто для таких тіл, розміри яких малі в порівнянні з відстанню між ними. Якщо ж розміри взаємодіючих тіл порівняні з відстанню між ними, то ці тіла треба розбити на точкові елементи, підрахувати за формулою (22.1) сили тяжіння між всіма попарно взятими елементами, а потім геометрично їх скласти (проінтегрувати), що є досить складною математичною задачею.

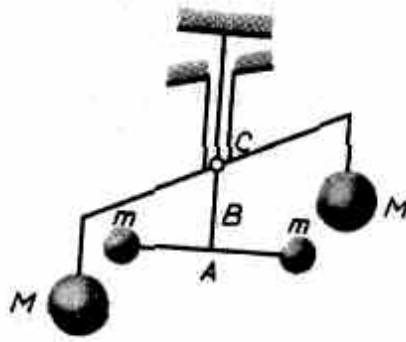


Рис. 37

Вперше експериментальне доведення закону всесвітнього тяжіння для земних тіл, а також числове визначення гравітаційної постійної G проведено англійським фізиком Г. Кавендішем (1731 -1810). Принципова схема досліду Кавендіша, що застосував **крутильні ваги**, представлена на рис. 37. Легке коромисло A з двома однаковими кульками масою $m = 729$ г підвішене на пружній нитці B . На коромислі C укріплені на тій же висоті масивні кулі масою $M = 158$ кг. Повертаючи коромисло C навколо вертикальної осі, можна змінювати відстань між кулями з масами m і M . Під дією пари сил, прикладених до куль m з боку куль M , коромисло A повертається в горизонтальній площині, закручуючи нитку B до тих пір, поки момент сил пружності не врівноважить моменту сил тяжіння. Знаючи пружні властивості нитки, за виміряним кутом повороту можна знайти виникаючі сили тяжіння, а оскільки маси куль відомі, то і обчислити значення G .

Значення G , що приводиться в таблицях фундаментальних фізичних постійних, приймається рівним $6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$, тобто два точкових тіла масою по 1 кг кожне, що знаходяться на відстані 1 м один від одного, притягуються з силою $6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н}$. Дуже мала величина G показує, що сила гравітаційної взаємодії може бути значною тільки в разі великих мас.

§ 23. Сила тяжіння і вага. Невагомість

На будь-яке тіло, розташоване поблизу Землі, діє сила тяжіння F , під впливом якої, згідно з другим законом Ньютона, тіло почне рухатися з прискоренням вільного падіння g . Таким чином, у системі відліку, пов'язаній з Землею, на всяке тіло масою m діє сила

$$P = mg,$$

що називається **силою тяжіння**.

Згідно фундаментальному фізичному закону - **узагальненому закону Галілея**, всі тіла в одному і тому ж полі тяжіння падають з однаковим прискоренням. Отже, в даному місці Землі прискорення вільного падіння однакове для всіх тіл. Воно змінюється поблизу поверхні Землі з широтою в межах від $9,780 \text{ м/с}^2$ на екваторі до $9,832 \text{ м/с}^2$ на полюсах. Це обумовлено добовим обертанням Землі навколо своєї осі, з одного боку, і сплюснутістю Землі - з іншого (екваторіальний і полярний радіуси Землі рівні відповідно 6378 і 6357 км). Оскільки розходження значень g невелике, прискорення вільного падіння, яке використовується при вирішенні практичних завдань, приймається рівним $9,81 \text{ м/с}^2$.

Якщо знехтувати добовим обертанням Землі навколо своєї осі, то сила тяжіння і сила гравітаційного тяжіння рівні між собою:

$$P = mg = F = GmM/R^2,$$

де M - маса Землі; R - відстань між тілом і центром Землі. Ця формула дана для випадку, коли тіло перебувало на поверхні Землі.

Нехай тіло розташоване на висоті h від поверхні Землі, R_0 - радіус Землі, тоді

$$P = GmM/(R_0 + h)^2,$$

тобто сила тяжіння з віддаленням від поверхні Землі зменшується.

У фізиці застосовується також поняття ваги тіла. **Вагою** тіла називають силу, з якою тіло внаслідок тяжіння до Землі діє на опору (або підвіс), яка утримує тіло від вільного падіння. Вага тіла проявляється тільки в тому випадку, якщо тіло рухається з прискоренням, відмінним від g , тобто коли на тіло крім сили тяжіння діють інші сили. Стан тіла, при якому воно рухається тільки під дією сили тяжіння, називається станом **невагомості**.

Таким чином, *сила тяжіння діє завжди, а вага з'являється тільки в тому випадку, коли на тіло крім сили тяжіння діють ще інші сили*, внаслідок чого тіло рухається з прискоренням a , відмінним від g . Якщо тіло рухається в полі тяжіння Землі з прискоренням $a \neq g$, то до цього тіла прикладена додаткова сила \mathbf{N} , що задовільняє умову

$$\mathbf{N} + \mathbf{P} = m\mathbf{a}.$$

Тоді вага тіла

$$\mathbf{P}' = -\mathbf{N} = \mathbf{P} - m\mathbf{a} = m\mathbf{g} - m\mathbf{a} = m(\mathbf{g} - \mathbf{a}),$$

тобто якщо тіло знаходиться в стані спокою або рухається прямолінійно і рівномірно, то $\mathbf{a} = 0$ і $\mathbf{P}' = m\mathbf{g}$. Якщо тіло *вільно рухається в полі тяжіння* по будь-якій траєкторії і в будь-якому напрямку, то $\mathbf{a} = \mathbf{g}$ і $\mathbf{P}' = 0$, тобто тіло буде невагомим. Наприклад, невагомими є тіла, що знаходяться в космічних кораблях, що вільно рухаються в космосі.

§ 24. Поле тяжіння і його напруженість

Закон тяжіння Ньютона визначає залежність сили тяжіння від мас взаємодіючих тіл і відстані між ними, але не показує, як здійснюється ця взаємодія. Тяжіння належить до особливої групи взаємодій. Сили тяжіння, наприклад, не залежать від того, в якому середовищі взаємодіючі тіла знаходяться. Тяжіння існує і в вакуумі.

Гравітаційна взаємодія між тілами здійснюється за допомогою **поля тяжіння**, або **гравітаційного поля**. Це поле породжується тілами і є формою існування матерії. Основна властивість поля тяжіння полягає в тому, що на всяке тіло масою m , внесена в це поле, діє сила тяжіння, тобто

$$\mathbf{F} = m\mathbf{g}. \quad (24.1)$$

Вектор \mathbf{g} не залежить від m і називається напруженістю поля тяжіння. **Напруженість поля тяжіння** визначається силою, що діє з боку поля на матеріальну точку одиничної маси, і збігається за напрямом з діючою силою. Напруженість є *силовою характеристикою* поля тяжіння.

Поле тяжіння називається **однорідним**, якщо його напруженість у всіх точках однакова, і **центральним**, якщо у всіх точках поля вектори напруженості направлені вздовж прямих, які перетинаються в одній точці (A), *нерухомій* по відношенню до будь-якої інерціальної системи відліку (мал.38).

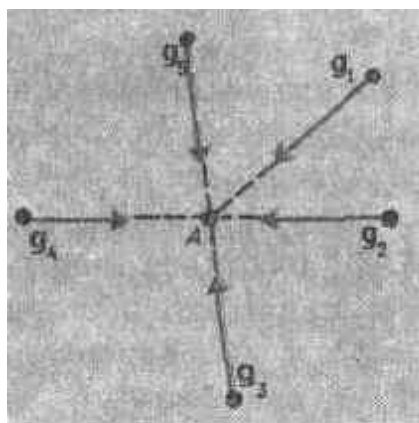


Рис. 38

Для графічного зображення силового поля використовуються *силові лінії* (лінії *напруженості*). Силкові лінії вибираються так, що вектор напруженості поля діє по дотичній до силової лінії.

§ 25. Робота в полі тяжіння. Потенціал поля тяжіння

Розглянемо, чому дорівнює робота, що здійснюється силами поля тяжіння при переміщенні в ньому матеріальної точки масою m . Обчислимо, наприклад, яку треба затратити роботу для видалення тіла масою m від Землі. На відстані R (рис. 39) на дане тіло діє сила $F = GmM/R^2$. При переміщенні цього тіла на відстань dR витрачається робота

$$dA = -G \frac{mM}{R^2} dR. \quad (25.1)$$

Знак мінус з'являється тому, що сила і переміщення в даному випадку протилежні за напрямом (рис.39).

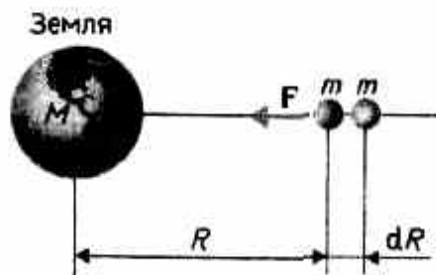


Рис. 39

Якщо тіло переміщати з відстані R_1 до R_2 , то витрачається робота

$$\begin{aligned}
 A &= \int_{R_1}^{R_2} dA = - \int_{R_1}^{R_2} G \frac{mM}{R^2} dR = \\
 &= m \left(\frac{GM}{R_2} - \frac{GM}{R_1} \right). \quad (25.2)
 \end{aligned}$$

З формули (25.2) випливає, що витрачена робота в полі тяжіння не залежить від траєкторії переміщення, а визначається лише початковим і кінцевим положеннями тіла,

тобто сили тяжіння дійсно *консервативні*, а *поле тяжіння є потенціальним* (див. § 12). Відповідно до формули (12.2), робота, здійснена консервативними силами, дорівнює зміні потенціальної енергії системи, взятій зі знаком мінус, тобто

$$A = -\Delta\Pi = -(\Pi_2 - \Pi_1) = \Pi_1 - \Pi_2.$$

З формули (25.2) отримуємо

$$\Pi_1 - \Pi_2 = -m(GM/R_1 - GM/R_2). \quad (25.3)$$

Оскільки в формули входить тільки різниця потенціальних енергій в двох станах, то для зручності приймають потенціальну енергію при $R_2 \rightarrow \infty$ рівною нулю ($\lim_{R_2 \rightarrow \infty} \Pi_2 = 0$). Тоді (25.3) запишеться у вигляді $\Pi_1 = -GMm/R_1$. Оскільки перша точка була обрана довільно, то

$$\Pi = -GMm/R.$$

Величину

$$\varphi = \Pi/m,$$

що є енергетичною характеристикою поля тяжіння, називають потенціалом. **Потенціал поля тяжіння φ** - скалярна величина, яка визначається потенціальною енергією тіла одиничної маси в даній точці поля або роботою з переміщення одиничної маси, з даної точки поля у нескінченність. Таким чином, потенціал поля тяжіння, створюваного тілом масою M , дорівнює

$$\varphi = -GM/R, \quad (25.4)$$

де R - відстань від цього тіла до розглянутої точки.

З формули (25.4) випливає, що геометричне місце точок з однаковим потенціалом утворює сферичну поверхню ($R = \text{const}$). Такі поверхні, для яких потенціал постійний, називаються **еквіпотенціальними**.

Розглянемо взаємозв'язок між потенціалом поля тяжіння (φ) і його напруженістю (g). З виразів (25.1) і (25.4) випливає, що елементарна робота dA , здійснювана силами поля при малому переміщенні тіла масою m , дорівнює

$$dA = -m d\varphi.$$

З іншого боку, $dA = F dl$ (dl -елементарне переміщення). Враховуючи (24.1), отримаємо, що

$$dA = mg dl,$$

тобто

$$mg dl = -m d\varphi,$$

або

$$g = -d\varphi/dl.$$

Величина $d\varphi/dl$ характеризує зміну потенціалу на одиницю довжини в напрямку переміщення в полі тяжіння. Можна показати, що

$$\mathbf{g} = -\text{grad}\varphi, \quad (25.5)$$

де $\text{grad}\varphi = (d\varphi/dx)\mathbf{i} + (d\varphi/dy)\mathbf{j} + (d\varphi/dz)\mathbf{k}$ - градієнт скаляра φ (див. (12.5)). Знак мінус у формулі (25.5) вказує, що вектор напруженості \mathbf{g} напрямлений в сторону зменшення потенціалу.

В якості прикладу, виходячи з уявлень теорії тяжіння, розглянемо потенціальну енергію тіла, що знаходиться на висоті h відносно Землі:

$$\Pi = -\frac{GmM}{R_0+h} - \left(-\frac{GmM}{R_0} \right) = \frac{GmMh}{R_0(R_0+h)},$$

де R_0 - радіус Землі.

Оскільки

$$P = GmM/R_0^2 \text{ і } g = P/m = GM/R_0^2, \quad (25.6)$$

то, враховуючи умову $h \ll R_0$, отримаємо

$$\Pi = mGMh/R_0^2 = mgh.$$

Таким чином, ми вивели формулу, що збігається з (12.7), яка постулювалась раніше.

§ 26. Космічні швидкості

Для запуску ракет в космічний простір треба в залежності від поставлених цілей надавати їм певні початкові швидкості, які називають космічними.

Першою космічною (або **коловою**) **швидкістю** v_1 називають таку мінімальну швидкість, яку треба надати тілу, щоб воно могло рухатися навколо Землі по колівій орбіті, тобто перетворитися на штучний супутник Землі. На супутник, що рухається по колівій орбіті радіусом r , діє сила тяжіння Землі, що надає йому нормальне прискорення $\frac{v_1^2}{r}$. За другим законом Ньютона,

$$GmM/r^2 = mv_1^2/r.$$

Якщо супутник рухається недалеко від поверхні Землі, тоді $r \approx R_0$ (радіус Землі) і

$$v_1 = \sqrt{gR_0} = 7,9 \text{ км/с.}$$

$g = GM/R_0^2$ (див. (25.6)), тому у поверхні Землі

Першою космічною швидкістю недостатньо для того, щоб тіло могло вийти зі сфери земного тяжіння. Необхідна для цього швидкість називається другою космічною. **Другою космічною** (або **параболічною**) швидкістю v_2 називають ту найменшу швидкість, яку треба надати тілу, щоб воно могло подолати тяжіння Землі і перетворитися на супутник Сонця, тобто щоб його орбіта в полі тяжіння Землі стала параболічною. Для того щоб тіло (при відсутності опору середовища) могло подолати земне тяжіння і піти в космічний

простір, необхідно, щоб його кінетична енергія дорівнювала роботі, яку здійснюється проти сил тяжіння:

$$\frac{mv_2^2}{2} = \int_{R_0}^{\infty} G \frac{mM}{r^2} dr = GmM/R_0,$$

откуда

$$v_2 = \sqrt{2gR_0} = 11,2 \text{ км/с.}$$

Третьою космічною швидкістю v_3 називають швидкість, яку необхідно надати тілу на Землі, щоб воно покинуло межі Сонячної системи, подолавши тяжіння Сонця. Третя космічна швидкість $v_3 = 16,7 \text{ км / с}$. Надання тілам таких великих початкових швидкостей є складною технічною задачею. Її перше теоретичне здійснення розпочато К. Е. Ціолковським, їм була виведена вже розглянута нами формула (10.3), що дозволяє розраховувати швидкість ракет.

Вперше космічні швидкості були досягнуті в СРСР: перша - при запуску першого штучного супутника Землі в 1957 р., друга - при запуску ракети в 1959 р. Після історичного польоту Ю. А. Гагаріна в 1961 р. починається бурхливий розвиток як радянської, так і зарубіжної космонавтики.

§ 27. Неінерціальні системи відліку. Сили інерції

Як уже зазначалося (див. § 5,6), закони Ньютона виконуються тільки в інерціальних системах відліку. Системи відліку, що рухаються відносно інерціальної системи з прискоренням, називаються **неінерціальними**. В неінерціальних системах закони Ньютона, взагалі кажучи, вже несправедливі. Однак закони динаміки можна застосовувати і для них, якщо крім сил, обумовлених впливом тіл один на одного, ввести в розгляд сили особливого роду - так звані **сили інерції**.

Якщо врахувати сили інерції, то другий закон Ньютона буде справедливий для будь-якої системи відліку: добуток маси тіла на прискорення в даній системі відліку дорівнює сумі всіх сил, що діють на дане тіло (включаючи і сили інерції). Сили інерції $F_{ин}$ при цьому повинні бути такими, щоб разом з силами F , обумовленими впливом тіл один на одного, вони надавали тілу прискорення a' , яке воно має в неінерціальних системах відліку, тобто

$$ma' = F + F_{ин}. \quad (27.1)$$

Оскільки $F=ma$ (a - прискорення тіла в інерціальній системі відліку), то

$$ma' = ma + F_{ин}.$$

Сили інерції зумовлені прискоренням рухом системи відліку відносно вимірюваної системи, тому в загальному випадку потрібно враховувати наступні випадки прояву цих сил: 1) сили інерції при прискореному поступальному русі системи відліку, 2) сили інерції, що діють на тіло, яке покоїться в обертовій системі відліку; 3) сили інерції, що діють на тіло, яке рухається в обертовій системі відліку.

Розглянемо ці випадки.

1. Сили інерції при прискореному поступальному русі системи відліку. Нехай на візку до штативу на нитці підвішена кулька масою m (рис. 40). Поки візок покоїться або рухається рівномірно і прямолінійно, нитка, що утримує кульку, займає вертикальне положення і сила тяжіння P врівноважується реакцією нитки T .

Якщо візок привести в поступальний рух з прискоренням \mathbf{a}_0 , то нитка почне відхилятися від вертикалі назад до такого кута α , поки результуюча сила $\mathbf{F} = \mathbf{P} + \mathbf{T}$ не забезпечить прискорення кульки, рівне \mathbf{a}_0 . Таким чином, результуюча сила \mathbf{F} спрямована у бік прискорення візка \mathbf{a}_0 і для встановленого руху кульки (кулька тепер рухається разом з візком з прискоренням \mathbf{a}_0) дорівнює

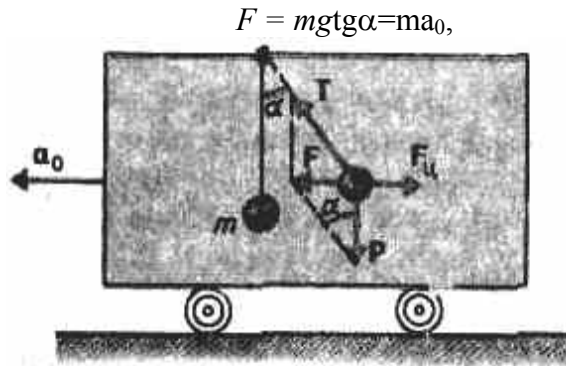


Рис. 40

звідки кут відхилення нитки від вертикалі $tg\alpha = a_0/g$, тобто тим більше, чим більше прискорення візка. Відносно системи відліку, пов'язаної з прискорено рухаючимся візком, кулька покоїться, що можливо, якщо сила \mathbf{F} врівноважується рівною і протилежно спрямованою їй силою \mathbf{F}_i , яка є нічим іншим, як силою інерції, оскільки на кульку ніякі інші сили не діють. Таким чином,

$$\mathbf{F}_i = -m\mathbf{a}_0. \quad (27.2)$$

Прояв сил інерції при поступальному русі спостерігається в повсякденних явищах. Наприклад, коли поїзд набирає швидкість, то пасажир, що сидить по ходу поїзда, під дією сили інерції притискається до спинки сидіння. Навпаки, при гальмуванні поїзда сила інерції напрямлена в протилежну сторону і пасажир відділяється від спинки сидіння. Особливо ці сили помітні при раптовому гальмуванні поїзда. Сили інерції проявляються в перевантаженнях, що виникають при запуску і гальмуванні космічних кораблів.

2. Сили інерції, що діють на тіло, яке покоїться в обертовій системі відліку.

Нехай диск рівномірно обертається з кутовою швидкістю ω ($\omega = \text{const}$) навколо вертикальної осі, що проходить через його центр. На диску, на різних відстанях від осі обертання, встановлені маятники (на нитках підвішені кульки масою m). При обертанні маятників разом з диском кульки відхиляються від вертикалі на деякий кут (рис.41). В інерціальній системі відліку, пов'язаній, наприклад, з приміщенням, де встановлений диск, кулька рівномірно обертається по колу радіусом R (відстань від точки кріплення маятника до диска до осі обертання). Отже, на нього діє сила, рівна $F = m\omega^2 R$ і спрямована перпендикулярно осі обертання диска. Вона є рівнодіюча сили тяжіння \mathbf{P} і сили натягу нитки \mathbf{T} : $\mathbf{F} = \mathbf{P} + \mathbf{T}$. Коли рух кульки встановиться, то $F = mgtg\alpha = m\omega^2 R$, звідки $tg\alpha = \omega^2 R/g$, тобто кути відхилення ниток маятників будуть тим більше, чим більше відстань R від кульки до осі обертання диска і чим більше кутова швидкість обертання ω .

Щодо системи відліку, пов'язаної з обертовим диском, кулька спочиває, що можливо, якщо сила \mathbf{F} врівноважується рівною і протилежно спрямованою до неї силою \mathbf{F}_i , яка є нічим іншим, як силою інерції, оскільки на кульку ніякі інші сили не діють. Сила \mathbf{F}_i називається **відцентровою силою інерції**, спрямована по горизонталі від осі обертання диска і дорівнює

$$\mathbf{F}_i = -m\omega^2 R. \quad (27.3)$$

Дії відцентрових сил інерції піддаються, наприклад, пасажери в рухомому транспорті на поворотах, льотчики при виконанні фігур вищого пілотажу; відцентрові сили інерції використовуються у всіх відцентрових механізмах: насосах, сепараторах і т. д., де вони досягають величезних значень. При проектуванні швидко обертаючихся деталей машин (роторів, гвинтів літаків і т. д.) приймаються спеціальні заходи для врівноваження відцентрових сил інерції.

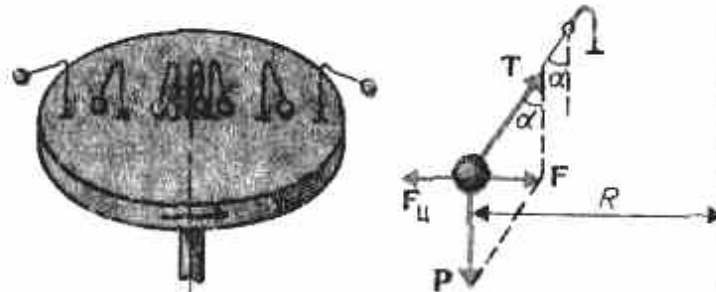


Рис. 41

З формули (27.3) випливає, що відцентрова сила інерції, що діє на тіла в обертових системах відліку в напрямку радіусу від осі обертання, залежить від кутової швидкості обертання і системи відліку і радіуса R , але не залежить від швидкості тіл щодо обертових систем відліку. Отже, відцентрова сила інерції діє в обертових системах відліку на всі тіла, віддалені від осі обертання на кінцеву відстань, незалежно від того, покояться вони в цій системі (як ми припускали до цього часу) або рухаються відносно неї з якоюсь швидкістю.

3. Сили інерції, що діють на тіло, яке рухається в обертовій системі відліку.

Нехай кулька масою m рухається з постійною швидкістю v' вздовж радіусу рівномірно обертаючогося диска ($v' = \text{const}$, $\omega = \text{const}$, $v' \perp \omega$). Якщо диск не обертається, то кулька, спрямована вздовж радіуса, рухається по радіальній прямій і потрапляє в точку А, якщо ж диск привести в обертання в напрямку, вказаному стрілкою, то кулька котиться по кривій ОВ (мал. 42, а), причому його швидкість v'' щодо диска змінює свій напрям. Це можливо лише тоді, якщо на кульку діє сила, перпендикулярна швидкості v' . Для того щоб змусити кульку котитися по диску, що обертається, вздовж радіуса, використовуємо жорстко укріплений уздовж радіуса диска стрижень, на якому кулька рухається без тертя рівномірно і прямолінійно зі швидкістю v' (рис. 42, б). При відхиленні кульки стрижень діє на нього з деякою силою F . Відносно диску (обертової системи відліку) кулька рухається рівномірно і прямолінійно, що можна пояснити тим, що сила F врівноважується прикладеною до кульки силою інерції F_K , перпендикулярною швидкості v' . Ця сила називається **коріолісовою силою інерції**.

Можна показати, що сила Коріоліса

$$F_K = 2m [v' \bar{\omega}] . \quad (27.4)$$

Вектор F_K перпендикулярний векторам швидкості v' тіла і кутовий швидкості обертання ω системи відліку відповідно до правила правого гвинта. Сила Коріоліса діє тільки на тіла, що рухаються щодо обертової системи відліку, наприклад відносно Землі. Тому дією цих сил пояснюється ряд спостережуваних на Землі явищ. Так, якщо тіло рухається в північній півкулі на північ (рис. 43), то діюча на нього сила Коріоліса, як це випливає з виразу (27.4), буде направлена вправо по відношенню до напрямку руху, тобто тіло трохи відхилиться на схід. Якщо тіло рухається на південь, то сила Коріоліса також діє вправо, якщо дивитися у напрямку руху, тобто тіло відхилиться на захід. Тому в

північній півкулі спостерігається більш сильне підмивання правих берегів річок; праві рейки залізничних колій по руху зношуються швидше, ніж ліві, і т. д. Аналогічно можна показати, що в південній півкулі сила Коріоліса, що діє на рухомі тіла, буде спрямована вліво по відношенню до напрямку руху.

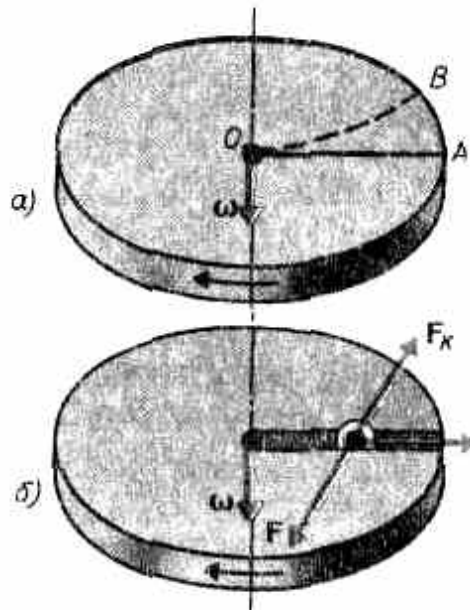


Рис. 42

Завдяки силі Коріоліса тіла, що падають на поверхню Землі, відхиляються на схід (на широті 60° це відхилення має становити 1 см при падінні з висоти 100 м). З силою Коріоліса пов'язана поведінка маятника Фуко, що стало свого часу одним із доказів обертання Землі. Якби цієї сили не було, то площина коливань рухомого поблизу поверхні Землі маятника залишалася б незмінною (відносно Землі). Дія сил Коріоліса призводить до обертання площини коливань навколо вертикального напрямку.

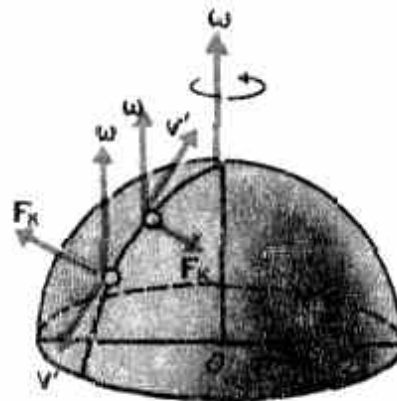


Рис. 43

Розкриваючи зміст F_{in} у формулі (27.1), отримаємо **основний закон динаміки для неінерціальних систем відліку**:

$$ma' = F + F_i + F_c + F_K, \text{ де сили інерції задаються формулами (27.2) - (27.4).}$$

Звернемо ще раз увагу на те, що *сили інерції викликаються не взаємодією тіл, а прискореним рухом системи відліку*. Тому вони не підкоряються третьому закону Ньютона, оскільки якщо на будь-яке тіло діє сила інерції, то не існує протидіючої сили, прикладеної до даного тіла. Два основних положення механіки, згідно з якими

прискорення завжди викликається силою, а сила завжди обумовлена взаємодією між тілами, в системах відліку, що рухаються з прискоренням, одночасно не виконуються.

Для будь-якого з тіл, що знаходяться в неінерціальній системі відліку, сили інерції є зовнішніми, отже, тут немає замкнутих систем. Це означає, що в неінерціальних системах відліку не виконуються закони збереження імпульсу, енергії і моменту імпульсу. Таким чином, сили інерції діють тільки в неінерціальних системах. В інерціальних системах відліку таких сил не існує.

Виникає питання про «реальність» або «фіктивність» сил інерції. У ньютонівській механіці, згідно з якою сила є результат взаємодії тіл, на сили інерції можна дивитися як на «фіктивні», «зникаючі» в інерціальних системах відліку. Однак можлива й інша їх інтерпретація. Оскільки взаємодії тіл здійснюються за допомогою силових полів, то сили інерції розглядаються як дії, яким піддаються тіла з боку якихось реальних силових полів, і тоді їх можна вважати «реальними». Незалежно від того, чи розглядаються сили інерції в якості «фіктивних» або «реальних», багато явищ, про які згадувалося в цьому параграфі, пояснюються за допомогою сил інерції.

Сили інерції, що діють на тіла в неінерціальній системі відліку, пропорційні їх масам і при інших рівних умовах надають цим тілам однакові прискорення. Тому в «полі сил інерції» ці тіла рухаються абсолютно однаково, якщо тільки однакові початкові умови. Такою самою властивістю володіють тіла, що знаходяться під дією сил поля тяжіння.

При деяких умовах сили інерції і сили тяжіння неможливо розрізнити. Наприклад, рух тіл в рівноприскореному ліфті відбувається точно так само, як і в нерухомому ліфті, що висить в однорідному полі тяжіння. Ніякий експеримент, виконаний всередині ліфта, не може відокремити однорідне поле тяжіння від однорідного поля сил інерції.

Аналогія між силами тяжіння і силами інерції лежить в основі **принципу еквівалентності гравітаційних сил і сил інерції (принципу еквівалентності Ейнштейна)**: всі фізичні явища в полі тяжіння відбуваються абсолютно так само, як і у відповідному полі сил інерції, якщо напруженості обох полів у відповідних точках простору збігаються, а інші початкові умови для розглянутих тіл однакові. Цей принцип є основою **загальної теорії відносності**.

Контрольні питання

- Як визначається гравітаційна стала і який її фізичний зміст?
- Що таке вага тіла? У чому відмінність ваги тіла від сили тяжіння?
- Як пояснити виникнення невагомості при вільному падінні?
- Що таке напруженість поля тяжіння?
- Яке поле тяжіння називається однорідним? центральним?
- Які величини вводяться для характеристики поля тяжіння і який зв'язок між ними? Дайте їх визначення. Відомо, що сила тяжіння пропорційна масі тіла. Чому ж важке тіло не падає швидше легкого?
 - Покажіть, що сили тяжіння консервативні. Чому дорівнює максимальне значення потенціальної енергії системи з двох тіл, що знаходяться в полі тяжіння? Коли воно досягається?
 - Які траєкторії руху мають супутники, що отримали першу і другу космічні швидкості?
 - Як обчислюються перша і друга космічні швидкості? Коли і чому необхідно розглядати сили інерції?
 - Що таке сили інерції? Чим вони відрізняються від сил, що діють в інерціальних системах відліку? Як спрямовані відцентрова сила інерції і сила Коріоліса? Коли вони проявляються? Від чого залежать?

- У північній півкулі робиться постріл уздовж меридіана на північ. Як позначиться на русі снаряда добове обертання Землі?
- Сформулюйте і поясніть принцип еквівалентності Ейнштейна.

Задачі

5.1. Дві однакові однорідні кулі з однакового матеріалу, стикаючись одна з одною, притягуються. Визначити, як зміниться сила тяжіння, якщо масу куль збільшити в $n = 4$ рази. [Зросте в 6,35 рази]

5.2. Густина речовини деякої кулястої планети становить 3 г/см^3 . Яким повинен бути період обертання планети навколо власної осі, щоб на екваторі тіла були невагомими? [$T = \sqrt{3\pi/(G\rho)} = 1,9 \text{ г}$]

5.3. Визначити, в якій точці (раховуючи від Землі) на прямій, що сполучає центри Землі і Місяця, напруженість поля тяжіння дорівнює нулю. Відстань між центрами Землі і Місяця дорівнює R , маса Землі в 81 разів більше маси Місяця. [$0,9 R$]

5.4. Дві однакові однорідні кулі з однакового матеріалу стикаються одна з одною. Визначити, як зміниться потенціальна енергія їх гравітаційної взаємодії, якщо масу куль збільшити в чотири рази. [Зросте в 14,6 рази]

5.5. Два супутника однакової маси рухаються навколо Землі по колових орбітах радіусів R_1 і R_2 . Визначити: 1) відношення повних енергій супутників E_1/E_2 , 2) відношення їх моментів імпульсу L_1/L_2 . [1) R_2/R_1 , 2) $\sqrt{R_1/R_2}$]

5.6. Вагон котиться вздовж горизонтальної ділянки дороги. Сила тертя становить 20% від ваги вагона. До стелі вагона на нитці підвішена кулька масою 10 г. Визначити: 1) силу, що діє на нитку, 2) кут відхилення нитки від вертикалі. [1) 0,10 Н; 2) $11^\circ 35'$]

5.7. Тіло масою 1,5 кг, падаючи вільно протягом 5 с, потрапляє на Землю в точку з географічною широтою $\varphi = 45^\circ$. Враховуючи обертання Землі, зобразити і визначити всі сили, що діють на тіло в момент його падіння на Землю. [1) 14,7 Н; 2) 35,7 Н; 3) 7,57 мН]