

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Р.В. Захарченко, С.В. Пальцун

# КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ З МЕХАНІКИ ТА МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ

*Рукопис*

«ЕК» НТУУ «КПІ», 2012

Р.В. Захарченко, С.В. Пальцун. Конспект лекцій з механіки та молекулярної фізики [Електронний ресурс]: рукоп. видан. для студентів енергетичних спеціальностей НТУУ “КПІ”, «ЕК» НТУУ “КПІ”, 2012 – 174 с.

Навчальний посібник за змістом відповідає стандартному курсу лекцій з механіки та молекулярної фізики і термодинаміки, який включає розділи від кінематики і динаміки точки до спеціальної теорії відносності і основ термодинаміки та молекулярно кінетичної теорії. Особливу увагу приділено встановленню основних понять механіки, аналізу експериментальних фактів та математичному формулюванню фундаментальних законів. Це безумовно сприятиме формуванню у читача матеріалістичного світогляду.

Для студентів фізичних спеціальностей вищих навчальних закладів.

## Зміст

### Фізичні основи механіки

#### Елементи кінематики

§ 1. Моделі в механіці. Система відліку. Траєкторія, довжина шляху, вектор переміщення	6
§ 2. Швидкість	8
§ 3. Прискорення і його складові	10
§ 4. Кутова швидкість та кутове прискорення	12
Контрольні питання	15
Задачі	16

#### Динаміка матеріальної точки та поступального руху твердого тіла

§ 5. Перший закон Ньютона. Маса. Сила	16
§ 6. Другий закон Ньютона	17
§ 7. Третій закон Ньютона	19
§ 8. Сили тертя	19
§ 9. Закон збереження імпульсу. Центр мас	21
§ 10. Рівняння руху тіла змінної маси	23
Контрольні питання	24
Задачі	25

#### Закон збереження енергії

§ 11. Енергія, робота, потужність	25
§ 12. Кінетична і потенціальна енергії	27
§ 13. Закон збереження енергії	30
§ 14. Графічне представлення енергії	32
§ 15. Зіткнення абсолютно пружних і непружних тіл	35
Контрольні питання	38
Задачі	39

#### Динаміка обертального руху твердого тіла

§ 16. Момент інерції	40
§ 17. Кінетична енергія обертання	41
§ 18. Момент сили. Рівняння динаміки обертального руху твердого тіла	42
§ 19. Момент імпульсу і закон його збереження	44

#### Закон збереження моменту імпульсу

§ 20. Вільні осі. Гіроскоп	47
§ 21. Деформації твердого тіла	50
Контрольні питання	53
Задачі	54

#### Тяжіння. Елементи теорії поля

§ 22. Закони Кеплера. Закон всесвітнього тяжіння	55
§ 23. Сила тяжіння і вага. Невагомість	56
§ 24. Поле тяжіння і його напруженість	57
§ 25. Робота в полі тяжіння. Потенціал поля тяжіння	57
§ 26. Космічні швидкості	60
§ 27. Неінерціальні системи відліку. Сили інерції	60
Контрольні питання	65
Задачі	65

#### Елементи механіки суцільних середовищ

#### Елементи механіки рідин

§ 28. Тиск в рідині і газі	66
§ 29. Рівняння нерозривності	67
§ 30. Рівняння Бернуллі і наслідки з нього	68

§ 31. В'язкість (внутрішнє тертя). Ламінарний і турбулентний режими течії рідин. ....	72
§ 32. Методи визначення в'язкості .....	74
§ 33. Рух тіл у рідинах і газах .....	75
Контрольні питання .....	77
Задачі .....	78
<b>Елементи спеціальної (частинної) теорії відносності</b>	
§ 34. Перетворення Галілея. Механічний принцип відносності .....	79
§ 35. Постулати спеціальної (частинної) теорії відносності .....	80
§ 36. Перетворення Лоренца .....	82
§ 37. Наслідки перетворень Лоренца .....	83
§ 38. Інтервал між подіями .....	87
§ 39. Основний закон релятивістської динаміки матеріальної точки .....	89
§ 40. Закон взаємозв'язку маси і енергії .....	90
Контрольні питання .....	93
Задачі .....	93
<b>Основи молекулярної фізики і термодинаміки</b>	
Статистичний і термодинамічний методи дослідження .....	94
<b>Молекулярно-кінетична теорія ідеальних газів</b>	
§ 41. Дослідні закони ідеального газу .....	95
§ 42. Рівняння Клапейрона – Менделєєва .....	98
§ 43. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів .....	100
§ 44. Закон Максвелла для розподілу молекул ідеального газу за швидкостями і енергіями теплового руху .....	102
§ 45. Барометрична формула. Розподіл Больцмана .....	105
§ 46. Середнє число зіткнень і середня довжина вільного пробігу молекул .....	107
§ 47. Дослідне обґрунтування молекулярно-кінетичної теорії .....	109
§ 48. Явища переносу в термодинамічно нерівноважних системах .....	110
§ 49. Вакуум і методи його одержання. Властивості ультрарозріджених газів .....	113
Контрольні питання .....	116
Задачі .....	116
<b>Основи термодинаміки</b>	
§ 50. Число ступенів свободи молекули. Закон рівномірного розподілу енергії по ступенях свободи молекул .....	117
§ 51. Перший закон термодинаміки .....	119
§ 52. Робота газу при зміні його об'єму .....	120
§ 53. Теплоємність .....	121
§ 54. Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів .....	123
§ 55. Адіабатичний процес. Політропний процес .....	126
§ 56. Коловий процес (цикл). Оборотні та необоротні процеси .....	129
§ 57. Ентропія, її статистичне тлумачення і зв'язок з термодинамічною ймовірністю ...	131
§ 58. Другий закон термодинаміки .....	133
§ 59. Теплові двигуни і холодильні машини. Цикл Карно і його ККД для ідеального газу .....	134
Контрольні питання .....	138
Задачі .....	139
<b>Реальні гази, рідини і тверді тіла</b>	
§ 60. Сили і потенціальна енергія міжмолекулярної взаємодії .....	140
§ 61. Рівняння Ван-дер-Ваальса .....	141
§ 62. Ізотерми Ван-дер-Ваальса та їх аналіз .....	143
§ 63. Внутрішня енергія реального газу .....	145
§ 64. Ефект Джоуля — Томсона .....	146

§ 65. Зрідження газів .....	149
§ 66. Властивості рідин. Поверхневий натяг .....	150
§ 67. Змочування .....	152
§ 68. Тиск під викривленою поверхнею рідини .....	154
§ 69. Капілярні явища .....	155
§ 70. Тверді тіла. Моно- і полікристали .....	156
§ 71. Типи кристалічних твердих тіл .....	157
§ 72. Дефекти в кристалах .....	164
§ 73. Теплоємність твердих тіл .....	165
§ 74. Випаровування, сублімація, плавлення і кристалізація. Аморфні тіла .....	167
§ 75. Фазові переходи I та II роду .....	169
§ 76. Діаграма стану. Потрійна точка .....	170
Контрольні питання .....	172
Задачі .....	172

## Лекція 2

### Динаміка матеріальної точки та поступального руху твердого тіла

#### § 5. Перший закон Ньютона. Маса. Сила

Динаміка є основним розділом механіки, в її основі лежать три закони Ньютона, сформульовані ним у 1687 р. Закони Ньютона відіграють виняткову роль в механіці і є (як і всі фізичні закони) узагальненням результатів величезного людського досвіду. Їх розглядають як *систему взаємопов'язаних законів* та піддають дослідній перевірці не кожен окремий закон, а всю систему в цілому.

**Перший закон Ньютона:** будь-яка **матеріальна** точка (тіло) зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху до тих пір, поки вплив з боку інших тіл не змусить її змінити цей стан.

Прагнення тіла зберегти стан **спокою** або рівномірного прямолінійного руху називається **інертністю**. Тому перший закон Ньютона називають також **законом інерції**. Механічний рух відносний, і його характер залежить від системи відліку. Перший закон Ньютона виконується не у всякій системі відліку, а ті системи, по відношенню до яких він виконується, називаються **інерціальними системами відліку**. Інерціальною системою відліку є така система, яка або покоїться, або рухається рівномірно і прямолінійно відносно якоїсь іншої інерціальної системи. *Перший закон Ньютона стверджує існування інерціальних систем відліку.*

Дослідним шляхом встановлено, що інерціальною можна вважати геліоцентричну (зоряну) систему відліку (початок координат знаходиться в центрі Сонця, а осі проведені в напрямку певних зірок). Система відліку, пов'язана із Землею, строго кажучи, неінерціальна, проте ефекти, обумовлені її неінерціальністю (Земля обертається навколо власної осі і навколо Сонця), при вирішенні багатьох задач нехтівно малі, і в цих випадках її можна вважати інерціальною.

З досвіду відомо, що при однакових впливах різні тіла неоднаково змінюють швидкість свого руху, тобто, іншими словами, набувають різні прискорення. Прискорення залежить не тільки від величини впливу, але і від властивостей самого тіла (від його маси).

**Маса** тіла - фізична величина, що є однією з основних характеристик матерії, яка визначає її інерційні (**інертна** маса) і гравітаційні (**гравітаційна** маса) властивості. В даний час можна вважати доведеним, що інертна і гравітаційна маси рівні одна одній (з точністю, не меншою  $10^{-12}$  їх значення).

Щоб описувати дії, що згадуються в першому законі Ньютона, вводять поняття сили. Під дією сил тіла або змінюють швидкість руху, тобто набувають прискорення (динамічний прояв сил), або деформуються, тобто змінюють свою форму і розміри (статичний прояв сил). У кожен момент часу сила характеризується числовим значенням, напрямком у просторі і точкою прикладення. Отже, **сила** - це векторна величина, що є мірою механічної дії на тіло з боку інших тіл або полів, в результаті якої тіло набуває прискорення або змінює свою форму і розміри.

#### § 6. Другий закон Ньютона

Другий закон Ньютона - основний закон динаміки поступального руху - відповідає на питання, як змінюється механічний рух матеріальної точки (тіла) під дією прикладених до неї сил.

Якщо розглянути дію різних сил на одне і те ж тіло, то виявляється, що прискорення, яке набуває тіло, завжди прямопропорційне рівнодіючій прикладених сил:

$$a \propto F \quad (m = \text{const}). \quad (6.1)$$

При дії однієї і тієї ж сили на тіла з різними масами їх прискорення виявляються різними, а саме:

$$a \propto 1/m \quad (F = \text{const}). \quad (6.2)$$

Використовуючи вирази (6.1) і (6.2) і враховуючи, що сила і прискорення - векторні величини, можемо записати

$$a = kF / m. \quad (6.3)$$

Співвідношення (6.3) виражає **другий закон Ньютона**: прискорення, що набувається матеріальною точкою (тілом), пропорційне силі, що його викликає, збігається з нею по напрямку і обернено пропорційне масі матеріальної точки (тіла).

В СІ коефіцієнт пропорційності  $k = 1$ . Тоді

$$\vec{a} = \vec{F} / m. \quad \text{або} \quad \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (6.4)$$

Враховуючи, що маса матеріальної точки (тіла) в класичній механіці є величина постійна, у виразі (6.4) її можна внести під знак похідної:

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}. \quad (6.5)$$

Векторна величина

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (6.6)$$

чисельно дорівнює добутку маси матеріальної точки на її швидкість і має напрямок швидкості, називається **імпульсом (кількістю руху)** цієї матеріальної точки.

Підставляючи (6.6) в (6.5), отримаємо

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (6.7)$$

Цей вираз - **більш загальне формулювання другого закону Ньютона**: швидкість зміни імпульсу матеріальної точки дорівнює діючій на неї силі. Вираз (6.7) називається **рівнянням руху матеріальної точки**.

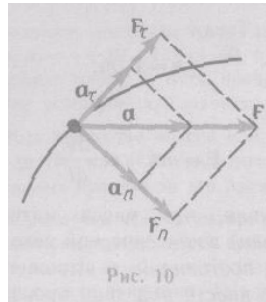
Одиниця сили в СІ - **ньютон (Н)**: 1 Н - сила, яка масі в 1 кг надає прискорення  $1 \text{ м/с}^2$  у напрямку дії сили:

$$H = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Другий закон Ньютона справедливий тільки в інерціальних системах відліку. Перший закон Ньютона можна отримати з другого. Дійсно, в разі рівності нулю

рівнодійної сил (при відсутності впливу на тіло з боку інших тіл) прискорення (див. (6.3)) також дорівнює нулю. Проте *перший закон Ньютона* розглядається як *самостійний закон* (а не як наслідок другого закону), оскільки саме він стверджує існування інерціальних систем відліку, в яких тільки й виконується рівняння (6.7).

В класичній механіці велике значення має **принцип незалежності дії сил**: якщо на матеріальну точку діє одночасно декілька сил, то кожна з цих сил надає матеріальній точці прискорення згідно з другим законом Ньютона, начебто інших сил не було. Згідно з цим принципом, сили і прискорення можна розкласти на складові, використання яких призводить до суттєвого спрощення рішення задач.



Наприклад, на рис. 10 діюча сила  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$  розкладена на два компоненти: тангенціальну силу  $\mathbf{F}_\tau$  (спрямована по дотичній до траєкторії) і нормальну силу  $\mathbf{F}_n$  (направлена по нормалі до центру кривизни). Використовуючи вирази  $a_\tau = dv/dt$  і  $a_n = v^2/R$ , а також  $v = R\omega$ , можна записати:

$$F_\tau = ma_\tau = m \frac{dv}{dt}, \quad F_n = ma_n = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R.$$

Якщо на матеріальну точку діє одночасно декілька сил, то, згідно з принципом незалежності дії сил, під  $\mathbf{F}$  в другому законі Ньютона розуміють результуючу силу.

## § 7. Третій закон Ньютона

Взаємодія між матеріальними точками (тілами) визначається **третьім законом Ньютона**: будь-яка дія матеріальних точок (тіл) один на одного носить характер взаємодії; сили, з якими діють один на одного матеріальні точки, завжди рівні за модулем, протилежно спрямовані і діють вздовж прямої, що з'єднує ці точки:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}, \quad (7.1)$$

де  $\mathbf{F}_{12}$  - сила, що діє на першу матеріальну точку з боку другої;  $\mathbf{F}_{21}$  - сила, що діє на другу матеріальну точку з боку першої. Ці сили прикладені до *різних* матеріальних точок (тіл), завжди діють *парами* і є силами *однієї природи*.

При використанні законів динаміки іноді допускають наступну помилку: оскільки діюча сила завжди викликає рівну по модулю і протилежну за напрямом силу протидії, то, отже, їх рівнодіюча повинна дорівнювати нулю і тіла взагалі не можуть придбати прискорення. Однак треба пам'ятати, що у другому законі Ньютона йдеться про прискорення, що здобувається тілом під дією прикладених до нього сил. Рівність нулю прискорення означає рівність нулю рівнодійної сил, прикладених до одного і того ж тіла. Третій закон Ньютона говорить саме про рівність сил, що прикладені до *різних* тіл. На кожне з двох взаємодіючих тіл діє тільки одна сила, яка і надає даному тілу прискорення.



Третій закон Ньютона дозволяє здійснити перехід від динаміки *окремої* матеріальної точки до динаміки *системи* матеріальних точок. Це впливає з того, що і для системи матеріальних точок взаємодія зводиться до сил парної взаємодії між матеріальними точками.

## § 8. Сили тертя

Обговорюючи досі сили, ми не цікавилися їх походженням. Проте в механіці ми будемо розглядати різні сили: тертя, пружності, тяжіння.

З досвіду відомо, що всяке тіло, що рухається по горизонтальній поверхні іншого тіла, при відсутності дії на нього інших сил з плином часу уповільнює свій рух і врешті-решт зупиняється. Це можна пояснити існуванням **сили тертя**, яка перешкоджає ковзанню дотичних тіл один відносно одного. Сили тертя залежать від відносних швидкостей тіл. Сили тертя можуть бути різної природи, але в результаті їх дії механічна енергія завжди перетворюється у внутрішню енергію дотичних тіл.

Розрізняють зовнішнє (сухе) і внутрішнє (рідке чи в'язке) тертя. **Зовнішнім тертям** називається тертя, що виникає в площині дотику двох дотичних тіл при їх відносному переміщенні. Якщо дотичні тіла нерухомі один відносно одного, говорять про **тертя спокою**, якщо ж відбувається відносне переміщення цих тіл, то в залежності від характеру їх відносного руху говорять про **тертя ковзання**, **кочення** або **вертіння**.

**Внутрішнім тертям** називається тертя між частинами одного і того ж тіла, наприклад між різними шарами рідини чи газу, швидкості яких змінюються від шару до шару. На відміну від зовнішнього тертя тут відсутнє тертя спокою. Якщо тіла ковзають один відносно одного і розділені прошарком в'язкої рідини (мастило), то тертя відбувається в шарі мастила. У такому випадку говорять про **гідродинамічне тертя** (шар мастила досить товстий) і **граничне тертя** (товщина мастильного прошарку  $\sim 0,1$  мкм і менше).

Обговоримо деякі закономірності зовнішнього тертя. Це тертя обумовлено шорсткістю дотичних поверхонь; у разі ж дуже гладких поверхонь тертя обумовлено силами міжмолекулярного тяжіння.

Розглянемо тіло, що лежить на площині (рис. 11), до якого прикладена горизонтальна сила  $F$ .

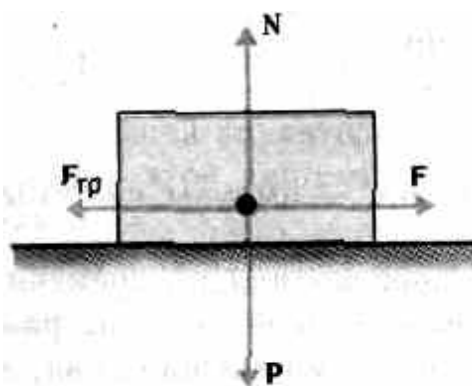


Рис. 11

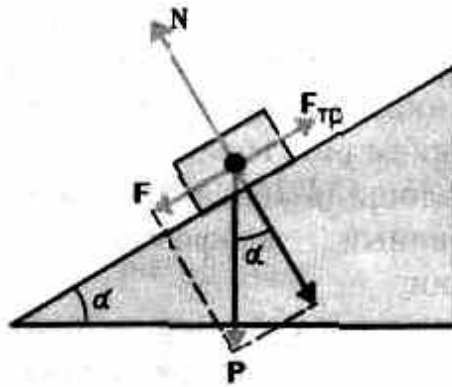


Рис. 12

Тіло прийде в рух лише тоді, коли прикладена сила  $F$  буде більше сили тертя  $F_{тр}$ . Французькі фізики Г. Амонтон (1663-1705) і Ш. Кулон (1736-1806) дослідним шляхом встановили наступний **закон**: сила тертя ковзання  $F_{тр}$  пропорційна силі  $N$  нормального тиску, з якою одне тіло діє на інше:

$$F_{тр} = fN,$$

де  $f$  - коефіцієнт тертя ковзання, що залежить від властивостей дотичних поверхонь.

Знайдемо значення коефіцієнта тертя. Якщо тіло знаходиться на похилій площині з кутом нахилу  $\alpha$  (рис. 12), то воно приходить в рух тільки коли тангенціальна складова  $F$  сили тяжіння  $P$  більше сили тертя  $F_{тр}$ . Отже, в граничному випадку (початок ковзання тіла)

$$F = F_{тр} \quad \text{або} \quad P \sin \alpha_0 = fN = fP \cos \alpha_0 \quad \text{звідки} \quad f = \operatorname{tg} \alpha_0.$$

Таким чином, коефіцієнт тертя дорівнює тангенсу кута  $\alpha_0$ , при якому починається ковзання тіла по похилій площині.

Для гладких поверхонь певну роль починає грати міжмолекулярне тяжіння. Тому Б. В. Дерягиним (р. 1902) запропонований **закон тертя ковзання**

$$F_{тр} = f_{ICT} (N + Sp_0),$$

де  $p_0$  - додатковий тиск, обумовлений силами міжмолекулярного тяжіння, які швидко зменшуються зі збільшенням відстані між частинками;  $S$  - площа контакту між тілами;  $f_{ICT}$  - істинний коефіцієнт тертя ковзання.

Тертя відіграє велику роль в природі і техніці. Завдяки тертю рухається транспорт, утримується забитий у стіну цвях і т. д.

В деяких випадках сили тертя мають шкідливий вплив, і тому їх треба зменшувати. Для цього на поверхні, що труться, наносять мастило (сила тертя зменшується приблизно в 10 разів), яке заповнює нерівності між цими поверхнями і розташовується тонким шаром між ними так, що поверхні начебто перестають торкатися одна одної, а ковзають один відносно одного окремі шари рідини. Таким чином, зовнішнє тертя твердих тіл замінюється значно меншим внутрішнім тертям рідини.

Радикальним способом зменшення сили тертя є заміна тертя ковзання тертям кочення (кулькові і роликові підшипники і т.д.). **Сила тертя кочення** визначається за законом Кулона:

$$F_{тр} = f_k N / r, \quad (8.1)$$

де  $r$  - радіус тіла, що котиться;  $f_k$  - коефіцієнт тертя ковзання, що має розмірність  $\dim f_k = L$ . З (8.1) випливає, що сила тертя ковзання обернено пропорційна радіусу тіла, що котиться.

## Лекція 3

### § 9. Закон збереження імпульсу. Центр мас

Для виведення закону збереження імпульсу розглянемо деякі поняття. Сукупність матеріальних точок (тіл), що розглядаються як єдине ціле, називається **механічною системою**. Сили взаємодії між матеріальними точками механічної системи називаються **внутрішніми**. Сили, з якими на матеріальні точки системи діють зовнішні тіла, називаються **зовнішніми**. Механічна система тіл, на яку не діють зовнішні сили, називається **замкнутою** (або **ізолюваною**). Якщо ми маємо механічну систему, що складається з багатьох тіл, то, відповідно до третього закону Ньютона, сили, що діють між цими тілами, будуть рівні і протилежно спрямовані, тобто геометрична сума внутрішніх сил дорівнює нулю.

Розглянемо механічну систему, що складається з  $n$  тіл, маса і швидкість яких відповідно рівні  $m_1, m_2, \dots, m_n$  і  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n$ . Нехай  $\mathbf{F}'_1, \mathbf{F}'_2, \dots, \mathbf{F}'_n$  - рівнодіючі внутрішніх сил, що діють на кожне з цих тіл, а  $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \dots, \mathbf{F}_n$  - рівнодіючі зовнішніх сил. Запишемо другий закон Ньютона для кожного з  $n$  тіл механічної системи:

$$\frac{d}{dt}(m_1 \vec{v}_1) = \vec{F}'_1 + \vec{F}_1,$$

$$\frac{d}{dt}(m_2 \vec{v}_2) = \vec{F}'_2 + \vec{F}_2,$$

.....

$$\frac{d}{dt}(m_n \vec{v}_n) = \vec{F}'_n + \vec{F}_n.$$

Складаючи почленно ці рівняння, одержимо

$$\frac{d}{dt}(m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n) = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \dots + \vec{F}'_n + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n.$$

Але оскільки геометрична сума внутрішніх сил механічної системи по третьому закону Ньютона дорівнює нулю, то

$$\frac{d}{dt}(m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n) = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n, \quad \text{або} \quad (9.1)$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n, \quad \text{де} \quad \vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i \quad - \text{ імпульс системи.}$$

Таким чином, похідна за часом від імпульсу механічної системи дорівнює геометричній сумі зовнішніх сил, що діють на систему.

У разі відсутності зовнішніх сил (розглядаємо замкнуту систему)

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = 0, \text{ тобто } \vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const.}$$

Цей вираз і є **законом збереження імпульсу**: імпульс замкненої системи зберігається, тобто не змінюється з часом.

Закон збереження імпульсу справедливий не тільки в класичній фізиці, хоча він і отриманий як наслідок законів Ньютона. Експерименти доводять, що він виконується і для замкнених систем мікрочастинок (вони підкорюються законам квантової механіки). Цей закон має універсальний характер, тобто закон збереження імпульсу - *фундаментальний закон природи*.

Закон збереження імпульсу є наслідком певної властивості симетрії простору - його однорідності. **Однорідність простору** полягає в тому, що при паралельному перенесенні в просторі замкненої системи тіл як цілого її фізичні властивості та закони руху не змінюються, іншими словами, не залежать від вибору положення початку координат інерціальної системи відліку.

Зазначимо, що згідно (9.1), імпульс зберігається і для незамкненої системи, якщо геометрична сума всіх зовнішніх сил дорівнює нулю.

В механіці Галілея - Ньютона через незалежність маси від швидкості імпульс системи може бути виражений через швидкість її центру мас. **Центром мас** (або **центром інерції**) системи матеріальних точок називається уявна точка С, положення якої характеризує розподіл маси цієї системи. Її радіус-вектор дорівнює

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{m},$$

де  $m_i$  і  $r_i$  - відповідно маса і радіус-вектор  $i$ -ї матеріальної точки;  $n$  - число матеріальних точок в системі;  $m = \sum_{i=1}^n m_i$  - маса системи.

Швидкість центру мас

$$\vec{v}_C = \frac{d\vec{r}_C}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{m}.$$

Враховуючи, що

$$\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i, \text{ а імпульс системи } \vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$$

$$\text{можемо записати } \vec{p} = m \vec{v}_C \quad (9.2)$$

тобто імпульс системи дорівнює добутку маси системи на швидкість її центру мас.

Підставивши вираз (9.2) в рівняння (9.1), отримаємо

$$m \frac{d\vec{v}_C}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n, \quad (9.3)$$

тобто центр мас системи рухається як матеріальна точка, в якій зосереджена маса всієї системи і на яку діє сила, рівна геометричній сумі всіх зовнішніх сил, що діють на

систему. Вираз (9.3) являє собою **закон руху центра мас**. Відповідно до (9.2) із закону збереження імпульсу випливає, що *центр мас замкненої системи або рухається прямолінійно і рівномірно, або залишається нерухомим*.

## § 10. Рівняння руху тіла змінної маси

Рух деяких тіл супроводжується зміною їх маси, наприклад маса ракети зменшується за рахунок витікання газів, що утворюються при згорянні палива, і т. п. Виведемо рівняння руху тіла змінної маси на прикладі руху ракети. Якщо в момент часу  $t$  маса ракети  $m$ , а її швидкість  $v$ , то після закінчення часу  $dt$  її маса зменшиться на  $dm$  і стане рівною  $m-dm$ , а швидкість стане рівною  $v + dv$ . Зміна імпульсу системи за відрізок часу  $dt$

$$dp = [(m-dm)(v + dv) + dm(v + u)] - mv,$$

де  $u$  - швидкість витікання газів відносно ракети. Тоді

$$dp = m dv + u dm$$

(врахували, що доданок  $dm \cdot dv$  - малий вищого порядку малості в порівнянні з іншими). Якщо на систему діють зовнішні сили, то  $dp = F dt$ , тому

$$F dt = m dv + u dm,$$

$$m dv / dt = F - u dm/dt. (10.1)$$

Член  $-u dm/dt$  називають **реактивною силою**  $F_p$ . Якщо  $u$  протилежний  $v$ , то ракета прискорюється, а якщо збігається з  $v$ , то гальмується. Таким чином, ми отримали **рівняння руху тіла змінної маси**

$$ma = F + F_p, (10.2)$$

яке вперше було виведено І. В. Мещерським (1859-1935). Ідея застосування реактивної сили для створення літальних апаратів висловлювалася в 1881 р. М. І. Кибальчичем (1854-1881). К. Е. Ціолковський (1857 - 1935) в 1903 р. опублікував статтю, де запропонував теорію руху ракети і основи теорії рідинного реактивного двигуна. Тому його вважають засновником вітчизняної космонавтики.

Застосуємо рівняння (10.1) до руху ракети, на яку не діють ніякі зовнішні сили. Вважаючи  $F = 0$  і рахуючи, що швидкість викиду газів відносно ракети постійна (ракета рухається прямолінійно), отримаємо  $m dv / dt = -u dm/dt$ , звідки

$$v = -u \int \frac{dm}{m} = -u \ln m + C.$$

Значення сталої інтегрування  $C$  визначимо з початкових умов. Якщо в початковий момент часу швидкість ракети дорівнює нулю, а її стартова маса  $m_0$ , то  $C = u \ln m_0$ . Отже,

$$v = u \ln \frac{m_0}{m}. (10.3)$$

Це співвідношення називається **формулою Ціолковського**. Вона показує, що: 1) чим більше кінцева маса ракети  $m$ , тим більше повинна бути стартова маса ракети  $m_0$ ; 2) чим більша швидкість витоку  $u$  газів, тим більше може бути кінцева маса при даній стартовій масі ракети.

Вирази (10.2) і (10.3) отримані для нерелятивістських рухів, тобто для випадків, коли швидкості  $v$  і  $u$  малі в порівнянні зі швидкістю світла  $c$ .

### Контрольні питання

- Яка система відліку називається інерціальною? Чому система відліку, пов'язана із Землею, строго кажучи, неінерціальна?
- Що таке сила? Як її можна охарактеризувати?
- Чи є перший закон Ньютона наслідком другого закону? Чому? Сформулювавши три закони Ньютона, покажіть, який взаємозв'язок між цими законами. У чому полягає принцип незалежності дії сил?
- Яка фізична сутність тертя? У чому відмінність сухого тертя від рідкого? Які види зовнішнього (сухого) тертя Ви знаєте?
- Що називається механічною системою? Які системи є замкненими? Чи є Всесвіт замкненою системою? Чому?
- У чому полягає закон збереження імпульсу? В яких системах він виконується? Чому він є фундаментальним законом природи?
- Якою властивістю простору обумовлюється справедливість закону збереження імпульсу?
- Що називається центром мас системи матеріальних точок? Як рухається центр мас замкненої системи?

### Задачі

**2.1.** По похилій площині з кутом нахилу  $\alpha$  до горизонту, рівним  $30^\circ$ , ковзає тіло. Визначити швидкість тіла в кінці третьої секунди від початку ковзання, якщо коефіцієнт тертя 0,15. [10,9 м/с]

**2.2.** Літак описує петлю Нестерова радіусом 80 м. Яка повинна бути найменша швидкість літака, щоб льотчик не відірвався від сидіння у верхній частині петлі? [28 м/с]

**2.3.** Блок укріплений на вершині двох похилих площин, що складають з горизонтом кути  $\alpha = 30^\circ$  і  $\beta = 45^\circ$ . Гирі рівної маси ( $m_1 = m_2 = 2$  кг) з'єднані ниткою, перекинutoю через блок. Вважаючи нитку і блок невагомими, приймаючи коефіцієнти тертя гир о похилі площини рівними  $f_1 = f_2 = f = 0,1$  і нехтуючи тертям в блоці, визначити: 1) прискорення, з яким рухаються гирі, 2) силу натягу нитки. [1) 0,24 м/с<sup>2</sup>; 2) 12 Н]

**2.4.** На залізничній платформі встановлена безвідкатна гармата, з якої робиться постріл уздовж полотна під кутом  $\alpha = 45^\circ$  до горизонту. Маса платформи з гарматою  $M = 20$  т, маса снаряда  $m = 10$  кг, коефіцієнт тертя між колесами платформи і рейками  $f = 0,002$ . Визначити швидкість снаряда, якщо після пострілу платформа відкотилася на відстань  $s = 3$  м. [ $v_0 = MV^2 f g s / (m \cos \alpha) = 970$  м/с]

**2.5.** На катері масою  $m = 5$  т знаходиться водомет, що викидає  $\mu = 25$  кг/с води зі швидкістю  $u = 7$  м/с відносно катера назад. Нехтуючи опором руху катера, визначити: 1) швидкість катера через 3 хв після початку руху, 2) гранично можливу швидкість катера. [1)  $v = u (1 - e^{-\mu t/m}) = 6,6$  м/с, 2) 7 м/с]