

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Р.В. Захарченко, С.В. Пальцун

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ З МЕХАНІКИ ТА МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ

Рукопис

«ЕК» НТУУ «КПІ», 2012

Р.В. Захарченко, С.В. Пальцун. Конспект лекцій з механіки та молекулярної фізики [Електронний ресурс]: рукоп. видан. для студентів енергетичних спеціальностей НТУУ “КПІ”, «ЕК» НТУУ “КПІ”, 2012 – 174 с.

Навчальний посібник за змістом відповідає стандартному курсу лекцій з механіки та молекулярної фізики і термодинаміки, який включає розділи від кінематики і динаміки точки до спеціальної теорії відносності і основ термодинаміки та молекулярно кінетичної теорії. Особливу увагу приділено встановленню основних понять механіки, аналізу експериментальних фактів та математичному формулюванню фундаментальних законів. Це безумовно сприятиме формуванню у читача матеріалістичного світогляду.

Для студентів фізичних спеціальностей вищих навчальних закладів.

Зміст

Фізичні основи механіки

Елементи кінематики

§ 1. Моделі в механіці. Система відліку. Траєкторія, довжина шляху, вектор переміщення	6
§ 2. Швидкість	8
§ 3. Прискорення і його складові	10
§ 4. Кутова швидкість та кутове прискорення	12
Контрольні питання	15
Задачі	16

Динаміка матеріальної точки та поступального руху твердого тіла

§ 5. Перший закон Ньютона. Маса. Сила	16
§ 6. Другий закон Ньютона	17
§ 7. Третій закон Ньютона	19
§ 8. Сили тертя	19
§ 9. Закон збереження імпульсу. Центр мас	21
§ 10. Рівняння руху тіла змінної маси	23
Контрольні питання	24
Задачі	25

Закон збереження енергії

§ 11. Енергія, робота, потужність	25
§ 12. Кінетична і потенціальна енергії	27
§ 13. Закон збереження енергії	30
§ 14. Графічне представлення енергії	32
§ 15. Зіткнення абсолютно пружних і непружних тіл	35
Контрольні питання	38
Задачі	39

Динаміка обертального руху твердого тіла

§ 16. Момент інерції	40
§ 17. Кінетична енергія обертання	41
§ 18. Момент сили. Рівняння динаміки обертального руху твердого тіла	42
§ 19. Момент імпульсу і закон його збереження	44

Закон збереження моменту імпульсу

§ 20. Вільні осі. Гіроскоп	47
§ 21. Деформації твердого тіла	50
Контрольні питання	53
Задачі	54

Тяжіння. Елементи теорії поля

§ 22. Закони Кеплера. Закон всесвітнього тяжіння	55
§ 23. Сила тяжіння і вага. Невагомість	56
§ 24. Поле тяжіння і його напруженість	57
§ 25. Робота в полі тяжіння. Потенціал поля тяжіння	57
§ 26. Космічні швидкості	60
§ 27. Неінерціальні системи відліку. Сили інерції	60
Контрольні питання	65
Задачі	65

Елементи механіки суцільних середовищ

Елементи механіки рідин

§ 28. Тиск в рідині і газі	66
§ 29. Рівняння нерозривності	67
§ 30. Рівняння Бернуллі і наслідки з нього	68

§ 31. В'язкість (внутрішнє тертя). Ламінарний і турбулентний режими течії рідин.	72
§ 32. Методи визначення в'язкості	74
§ 33. Рух тіл у рідинах і газах	75
Контрольні питання	77
Задачі	78
Елементи спеціальної (частинної) теорії відносності	
§ 34. Перетворення Галілея. Механічний принцип відносності	79
§ 35. Постулати спеціальної (частинної) теорії відносності	80
§ 36. Перетворення Лоренца	82
§ 37. Наслідки перетворень Лоренца	83
§ 38. Інтервал між подіями	87
§ 39. Основний закон релятивістської динаміки матеріальної точки	89
§ 40. Закон взаємозв'язку маси і енергії	90
Контрольні питання	93
Задачі	93
Основи молекулярної фізики і термодинаміки	
Статистичний і термодинамічний методи дослідження	94
Молекулярно-кінетична теорія ідеальних газів	
§ 41. Дослідні закони ідеального газу	95
§ 42. Рівняння Клапейрона – Менделєєва	98
§ 43. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів	100
§ 44. Закон Максвелла для розподілу молекул ідеального газу за швидкостями і енергіями теплового руху	102
§ 45. Барометрична формула. Розподіл Больцмана	105
§ 46. Середнє число зіткнень і середня довжина вільного пробігу молекул	107
§ 47. Дослідне обґрунтування молекулярно-кінетичної теорії	109
§ 48. Явища переносу в термодинамічно нерівноважних системах	110
§ 49. Вакуум і методи його одержання. Властивості ультрарозріджених газів	113
Контрольні питання	116
Задачі	116
Основи термодинаміки	
§ 50. Число ступенів свободи молекули. Закон рівномірного розподілу енергії по ступенях свободи молекул	117
§ 51. Перший закон термодинаміки	119
§ 52. Робота газу при зміні його об'єму	120
§ 53. Теплоємність	121
§ 54. Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів	123
§ 55. Адіабатичний процес. Політропний процес	126
§ 56. Коловий процес (цикл). Оборотні та необоротні процеси	129
§ 57. Ентропія, її статистичне тлумачення і зв'язок з термодинамічною ймовірністю ...	131
§ 58. Другий закон термодинаміки	133
§ 59. Теплові двигуни і холодильні машини. Цикл Карно і його ККД для ідеального газу	134
Контрольні питання	138
Задачі	139
Реальні гази, рідини і тверді тіла	
§ 60. Сили і потенціальна енергія міжмолекулярної взаємодії	140
§ 61. Рівняння Ван-дер-Ваальса	141
§ 62. Ізотерми Ван-дер-Ваальса та їх аналіз	143
§ 63. Внутрішня енергія реального газу	145
§ 64. Ефект Джоуля — Томсона	146

§ 65. Зрідження газів	149
§ 66. Властивості рідин. Поверхневий натяг	150
§ 67. Змочування	152
§ 68. Тиск під викривленою поверхнею рідини	154
§ 69. Капілярні явища	155
§ 70. Тверді тіла. Моно- і полікристали	156
§ 71. Типи кристалічних твердих тіл	157
§ 72. Дефекти в кристалах	164
§ 73. Теплоємність твердих тіл	165
§ 74. Випаровування, сублімація, плавлення і кристалізація. Аморфні тіла	167
§ 75. Фазові переходи I та II роду	169
§ 76. Діаграма стану. Потрійна точка	170
Контрольні питання	172
Задачі	172

Фізичні основи механіки

Механіка — частина фізики, яка вивчає закономірності механічного руху і причини, що викликають або змінюють цей рух. **Механічний рух** — це зміна з часом взаємного розташування тіл або їх частин.

Розвиток механіки як науки починається з III ст до н. е., коли старогрецький вчений Архімед (287—212 до н. е.) сформулював закон рівноваги важеля і закони рівноваги плаваючих тіл. Основні закони механіки встановлені італійським фізиком і астрономом Г. Галілеєм (1564—1642) і остаточно сформульовані англійським ученим І. Ньютоном (1643—1727).

Механіка Галілея — Ньютона називається **класичною механікою**. У ній вивчаються закони руху макроскопічних тіл, швидкості яких малі в порівнянні з швидкістю світла у вакуумі. Закони руху макроскопічних тіл з швидкостями, порівнянними з швидкістю c , вивчаються **релятивістською механікою**, заснованою на **спеціальній теорії відносності**, сформульованою А.Ейнштейном (1879—1955). Для опису руху мікроскопічних тіл (окремі атоми і елементарні частинки) закони класичної механіки непридатні — вони замінюються законами **квантової механіки**.

У першій частині нашого курсу ми будемо мати справу з механікою Галілея - Ньютона, тобто будемо розглядати рух макроскопічних тіл зі швидкостями, значно меншими швидкості c . У класичній механіці загальноприйнята концепція простору і часу, розроблена І. Ньютоном, яка панувала в природознавстві протягом XVII—XIX вв. Механіка Галілея - Ньютона розглядає простір і час як об'єктивні форми існування матерії, але у відриві один від одного і від руху матеріальних тіл, що відповідало рівню знань того часу.

Оскільки механічний опис наочний і звичний, і з його допомогою можна пояснити багато фізичних явищ, в XIX ст. деякі фізики стали зводити всі явища до механічних. Ця точка зору відповідала філософському механістичному матеріалізму. Подальший розвиток фізики показав, що багато фізичних явищ не можуть бути зведені до найпростішого виду руху — механічного. Механістичний матеріалізм повинен був поступитися місцем матеріалізму діалектичному, що розглядає більш загальні види руху матерії і враховує все розмаїття реального світу.

Механіка поділяється на три розділи: 1) кінематику, 2) динаміку, 3) статику.

Кінематика вивчає рух тіл, не розглядаючи причини, які цей рух обумовлюють.

Динаміка вивчає закони руху тіл і причини, які викликають або змінюють цей рух.

Статика вивчає закони рівноваги системи тіл. Якщо відомі закони руху тіл, то з них можна встановити і закони рівноваги. Тому закони статички окремо від законів динаміки фізика не розглядає.

Лекція 1

Елементи кінематики

§ 1. Моделі в механіці. Система відліку. Траєкторія, довжина шляху, вектор переміщення

Механіка для опису руху тіл в залежності від умов конкретних завдань використовує різні *фізичні моделі*. Найпростішою моделлю є **матеріальна точка** - тіло, що володіє масою, розмірами якого в даній задачі можна знехтувати. Поняття матеріальної точки - абстрактне, але його введення полегшує вирішення практичних задач. Наприклад, вивчаючи рух планет по орбітах навколо Сонця, можна прийняти їх за матеріальні точки.

Довільне макроскопічне тіло або систему тіл можна подумки розбити на малі взаємодіючі між собою частини, кожна з яких розглядається як матеріальна точка. Тоді вивчення руху довільної системи тіл зводиться до вивчення **системи матеріальних точок**. У механіці спочатку вивчають рух однієї матеріальної точки, а потім переходять до вивчення руху системи матеріальних точок.

Під впливом тіл один на одного тіла можуть деформуватися, тобто змінювати свою форму та розміри. Тому в механіці вводиться ще одна модель - *абсолютно тверде тіло*. **Абсолютно твердим тілом** називається тіло, яке ні за яких умов не може деформуватися і за всіх умов відстань між двома точками (або точніше між двома частками) цього тіла залишається сталою.

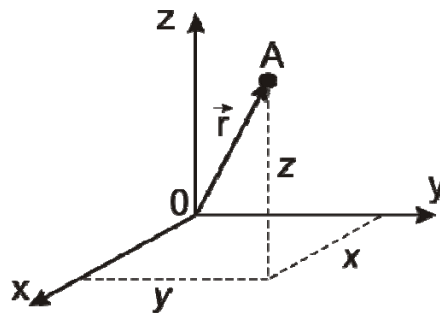


Рис. 1

Будь-який рух твердого тіла можна представити як комбінацію поступального і обертального рухів. **Поступальний рух** - це рух, при якому будь-яка пряма, жорстко пов'язана з рухомим тілом, залишається паралельною свого початкового стану. **Обертальний рух** - це рух, при якому всі точки тіла рухаються по колах, центри яких лежать на одній і тій же прямій, яку називають **віссю обертання**.

Рух тіл відбувається в просторі і в часі. Тому для опису руху матеріальної точки треба знати, в яких місцях простору ця точка перебувала і в які моменти часу вона проходила те чи інше положення.

Положення матеріальної точки визначається по відношенню до якого-небудь іншого, довільно обраного тіла, яке називають **тілом відліку**. З ним пов'язують **систему відліку** - сукупність системи координат і годинника, пов'язаних з тілом відліку. В декартовій системі координат, що використовується найбільш часто, положення точки A в даний момент часу по відношенню до цієї системи характеризується трьома координатами x , y і z або радіусом-вектором \vec{r} , проведеним з початку системи координат у дану точку (рис. 1).

При русі матеріальної точки її координати з плином часу змінюються. У загальному випадку її рух визначається скалярними рівняннями

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (1.1)$$

еквівалентними векторному рівнянню

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad (1.2)$$

Рівняння (1.1) (відповідно (1.2)) називаються **кінематичними рівняннями руху матеріальної точки**.

Число незалежних координат, що повністю визначають положення точки в просторі, називається **числом ступенів свободи**. Якщо матеріальна точка вільно рухається в просторі, то, як вже було сказано, вона володіє трьома ступенями свободи (координати x , y і z), якщо вона рухається по деякій поверхні, то - двома ступенями свободи, якщо - уздовж деякої лінії, то - одним ступенем свободи.

Виключаючи t в рівняннях (1.1) і (1.2), отримаємо рівняння траєкторії руху матеріальної точки. **Траєкторія** руху матеріальної точки - лінія, описувана цією точкою в просторі. Залежно від форми траєкторії рух може бути прямолінійним або криволінійним.

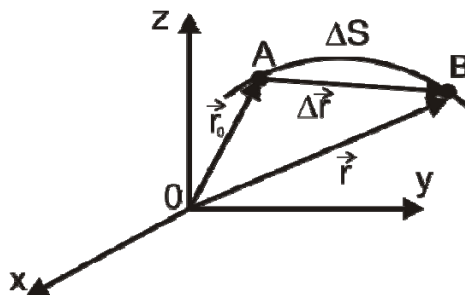


Рис. 2

Розглянемо рух матеріальної точки вздовж довільної траєкторії (рис.2). Відлік часу почнемо з моменту, коли точка знаходилася в положенні А. Довжина ділянки траєкторії АВ, пройденої матеріальної точкою з моменту початку відліку часу, називається **довжиною шляху** ΔS і є скалярної функцією часу: $\Delta S = \Delta S(t)$. Вектор $\overline{\Delta r} = \vec{r} - \vec{r}_0$, проведений з початкового положення рухомої точки в її положення в даний момент часу (приріст радіуса-вектора точки за розглянутий проміжок часу), називається **переміщенням**.

При прямолінійному русі вектор переміщення збігається з відповідною ділянкою траєкторії і модуль переміщення $|\overline{\Delta r}|$ дорівнює пройденому шляху ΔS .

§ 2. Швидкість

Для характеристики руху матеріальної точки вводиться векторна величина - **швидкість**, якою визначається зміна у часі величини вектора переміщення та його напрямку в даний момент часу.

Нехай матеріальна точка рухається по будь-якій криволінійній траєкторії так, що в момент часу t їй відповідає радіус-вектор \vec{r}_0 (рис. 3). Протягом малого проміжку часу Δt точка пройде шлях ΔS і отримає елементарне (нескінченно мале) переміщення $\overline{\Delta r}$.

Вектором середньої швидкості $\langle \vec{v} \rangle$ називається відношення приросту $\overline{\Delta r}$ радіуса-вектора точки до проміжку часу Δt за який цей приріст відбувся:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\overline{\Delta r}}{\Delta t} \quad (2.1)$$

Напрямок вектора середньої швидкості збігається з напрямком $\overline{\Delta r}$. При необмеженому зменшенні Δt середня швидкість прямує до граничного значення, яке називається **миттєвою швидкістю** \vec{v} :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overline{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Миттєва швидкість \vec{v} , таким чином, є векторна величина, що дорівнює першій похідній радіуса-вектора рухомої точки за часом. Оскільки січна в при граничному переході збігається з дотичною, то вектор швидкості \vec{v} спрямований по дотичній до траєкторії в бік руху (рис. 3). У міру зменшення Δt шлях ΔS все більше буде наближатися до $|\overline{\Delta r}|$, тому модуль миттєвої швидкості

$$v = |\vec{v}| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overline{\Delta r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\overline{\Delta r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$

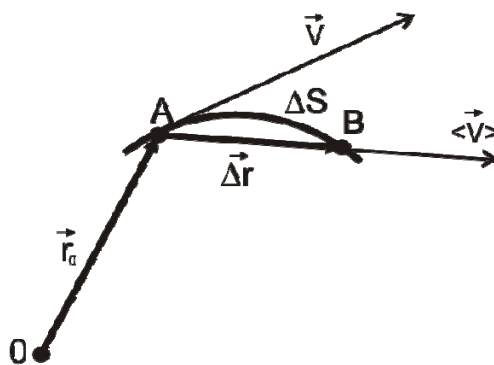


Рис. 3

Таким чином, модуль миттєвої швидкості дорівнює першій похідній шляху по часу:

$$v = \frac{ds}{dt}. \quad (2.2)$$

При нерівномірному русі модуль миттєвої швидкості з плином часу змінюється. В даному випадку користуються скалярною величиною $\langle v \rangle$ - **середньою швидкістю** нерівномірного руху:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Якщо вираз $ds = vdt$ (див. формулу (2.2)) проінтегрувати за часом в межах від t до $t + \Delta t$, то знайдемо довжину шляху, пройденого точкою за час Δt :

$$s = \int_t^{t+\Delta t} v dt. \quad (2.3)$$

У разі **рівномірного руху** числове значення миттєвої швидкості постійне; тоді вираз (2.3) набуде вигляду

$$s = v \int_t^{t+\Delta t} dt = v\Delta t.$$

Довжина шляху, пройденого точкою за проміжок часу від t_1 до t_2 , дається інтегралом

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt.$$

§ 3. Прискорення і його складові

У разі нерівномірного руху важливо знати, як швидко змінюється швидкість з плином часу. Фізичною величиною, що характеризує швидкість зміни швидкості по модулю і напрямку, є **прискорення**.

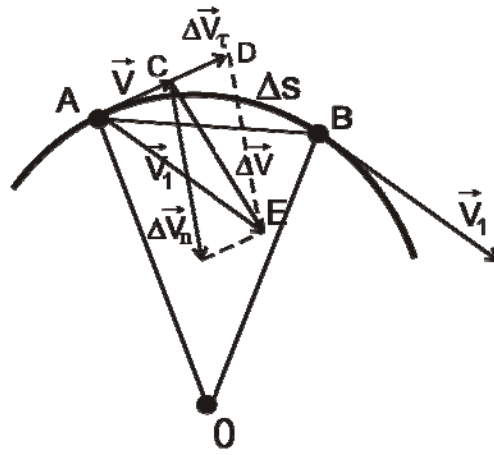


Рис. 4

Розглянемо **плоский рух**, тобто такий, при якому всі ділянки траєкторії точки лежать в одній площині. Нехай вектор \vec{v} задає швидкість точки А в момент часу t . За час Δt рухома точка перейшла в положення В і набула швидкості, відмінної від \vec{v} як по модулю, так і по напрямку, і рівну $\vec{v}_1 = \vec{v} + \overline{\Delta v}$. Перенесемо вектор \vec{v}_1 в точку А і знайдемо $\overline{\Delta v}$ (рис.4).

Середнім прискоренням нерівномірного руху в інтервалі від t до $t + \Delta t$ називається векторна величина, що дорівнює відношенню зміни швидкості $\overline{\Delta v}$ до інтервалу часу Δt :

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\overline{\Delta v}}{\Delta t}.$$

Миттєвим прискоренням \vec{a} (прискоренням) матеріальної точки в момент часу t буде границя до якої прямує середнє прискорення:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle \vec{a} \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overline{\Delta v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Таким чином, прискорення \vec{a} є векторна величина, що дорівнює першій похідній швидкості за часом. Розкладемо вектор $\overline{\Delta v}$ на дві складові. Для цього з точки А (рис. 4) за напрямком швидкості v відкладемо вектор AD, по модулю рівний v_1 . Очевидно, що вектор CD, рівний Δv_τ , визначає зміну швидкості *по модулю* за час Δt : $\Delta v_\tau = v_1 - v$. Друга ж складова вектора $\Delta v - \Delta v_\tau$ характеризує зміну швидкості за час Δt *за напрямком*.

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_\tau}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt},$$

Тангенціальна складова прискорення дорівнює першій похідній за часом від модуля швидкості, визначаючи тим самим швидкість зміни швидкості по модулю. Знайдемо другу складову прискорення. Припустимо, що точка В досить близька до точки А, тому Δs можна вважати дугою кола деякого радіуса r , що мало відрізняється від хорди

AB. Тоді з подібності трикутників AOB і EAD слідує $\Delta v_n / AB = v_1 / r$, але оскільки $AB = v\Delta t$, то

$$\frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v v_1}{r}$$

у границі при $\Delta t \rightarrow 0$ отримаємо $v_1 \rightarrow v$.

Оскільки $v_1 \rightarrow v$, кут EAD прямує до нуля, і, оскільки, трикутник EAD рівнобедрений, то кут ADE між v і Δv_n наближається до прямого. Отже, при $\Delta t \rightarrow 0$ вектори Δv_n і v виявляються взаємно перпендикулярними. Оскільки вектор швидкості спрямований по дотичній до траєкторії, то вектор Δv_n , перпендикулярний вектору швидкості, спрямований до центру її кривизни. Друга складова прискорення, що дорівнює

$$a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v^2}{r},$$

називається **нормальною складовою прискорення** і напрямлена по нормалі до траєкторії до центру її кривизни (тому її називають також **доцентровим прискоренням**). Повне прискорення тіла є геометрична сума тангенціальної і нормальної складових (рис. 5):

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Отже, *тангенціальна* складова прискорення характеризує *швидкість зміни швидкості по модулю* (спрямована по дотичній до траєкторії), а *нормальна* складова прискорення - швидкість зміни швидкості за напрямком (напрямлена до центру кривизни траєкторії).

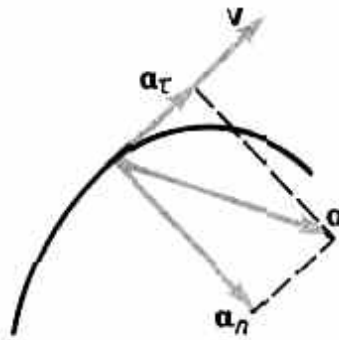


Рис. 5

В залежності від тангенціальної і нормальної складових прискорення рух можна класифікувати наступним чином:

- 1) $a_\tau = 0, a_n = 0$ - прямолінійний рівномірний рух;
- 2) $a_\tau = a = const, a_n = 0$ - прямолінійний рівнозмінний рух. При такому виді руху

$$a_{\tau} = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Якщо початковий момент часу $t_1 = 0$, а початкова швидкість $v_1 = v_0$, то, позначивши $t_2 = t$ і $v_2 = v$, одержимо $a = (v - v_0) / t$, звідки $v = v_0 + at$. Проінтегрувавши цю формулу в межах від нуля до довільного моменту часу t , знайдемо, що довжина шляху, пройденого точкою, в разі рівнозмінного руху

$$s = \int_0^t v dt = \int_0^t (v_0 + at) dt = v_0 t + at^2 / 2;$$

3) $a_{\tau} = f(t)$, $a_n = 0$ - прямолінійний рух зі змінним прискоренням;

4) $a_{\tau} = 0$, $a_n = const$. При $a_{\tau} = 0$ швидкість по модулю не змінюється, а змінюється за напрямком. З формули $a_n = v^2 / r$ випливає, що радіус кривизни повинен бути постійним. Отже, рух по колу є рівномірним;

5) $a_{\tau} = 0$, $a_n \neq 0$ - рівномірний криволінійний рух;

6) $a_{\tau} = const$, $a_n \neq 0$ - криволінійний рівнозмінний рух;

7) $a_{\tau} = f(t)$, $a_n \neq 0$ - криволінійний рух зі змінним прискоренням.

§ 4. Кутова швидкість та кутове прискорення

Розглянемо тверде тіло, яке обертається навколо нерухомої осі. Тоді окремі точки цього тіла будуть описувати кола різних радіусів, центри яких лежать на осі обертання. Нехай деяка точка рухається по колу радіуса R (рис.6). Її положення через проміжок часу Δt задамо кутом $\Delta \varphi$. Елементарні (нескінченно малі) кути повороту розглядають як вектори. Модуль вектора $d\varphi$ дорівнює куту повороту, а його напрямок збігається з напрямком поступального руху вістря гвинта, головка якого обертається в напрямку руху точки по колу, тобто підкорюється **правилу правого гвинта** (рис.6). Вектори, напрямки яких зв'язуються з напрямком обертання, називаються **псевдовекторами** або **аксіальними векторами**. Ці вектори не мають певних точок прикладання: вони можуть відкладатися з будь-якої точки осі обертання.

Кутовою швидкістю називається векторна величина, що дорівнює першій похідній кута повороту тіла за часом:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Вектор $\vec{\omega}$ спрямований вздовж осі обертання за правилом правого гвинта, тобто так само, як і вектор $\vec{d\varphi}$ (рис. 7). Розмірність кутової швидкості $\dim \omega = T^{-1}$, а її одиниця - радіан за секунду (рад / с). Лінійна швидкість точки (див. рис. 6)

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R \Delta \varphi}{\Delta t} =$$

$$= R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = R \omega,$$

т. е.

$$v = \omega R.$$

У векторному вигляді формула для лінійної швидкості має вигляд векторного добутку:

$$\vec{v} = [\vec{\omega} \vec{R}].$$

При цьому модуль векторного добутку, за визначенням, дорівнює $\omega R \sin(\angle \vec{\omega}, \vec{R})$, а напрям збігається з напрямом поступального руху правого гвинта при його обертанні від ω до R .

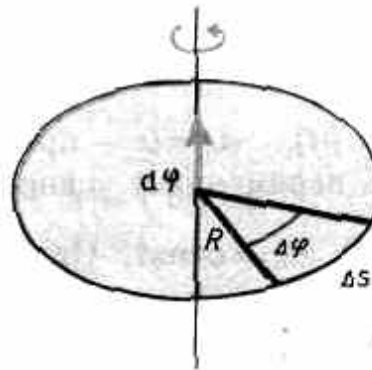


Рис. 6

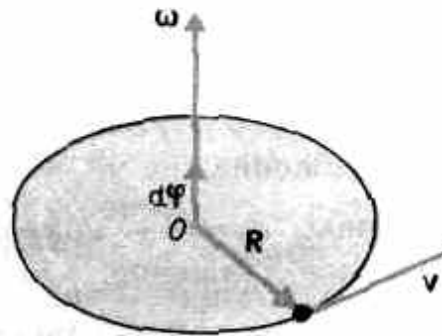


Рис. 7

Якщо $\omega = \text{const}$, то обертання рівномірне і його можна характеризувати **періодом обертання** T - часом, за який точка робить один повний оберт, тобто повертається на кут 2π . Оскільки проміжку часу $\Delta t = T$ відповідає $\Delta \varphi = 2\pi$, то $\omega = 2\pi / T$, звідки

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Число повних обертів, що робить тіло при рівномірному його русі по колу, в одиницю часу називається **частотою обертання**:

$$n = 1 / T = \omega / (2\pi), \quad \rightarrow \quad \omega = 2\pi n.$$

Кутовим прискоренням називається векторна величина, що дорівнює першій похідній кутової швидкості за часом:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

При обертанні тіла навколо нерухомої осі вектор кутового прискорення спрямований вздовж осі обертання в бік вектора елементарного приросту кутової швидкості. При прискореному русі вектор $\vec{\varepsilon}$ співпадає за напрямком з $\vec{\omega}$ (рис.8), при сповільненому – протилежний йому за напрямком (рис. 9).

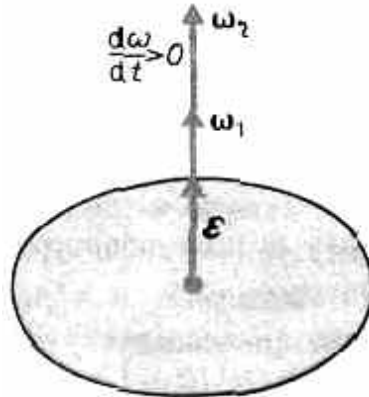


Рис. 8

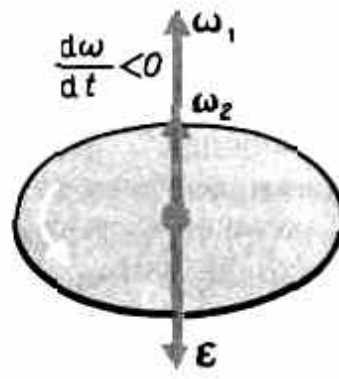


Рис. 9

Тангенціальна складова прискорення

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt}, \quad v = \omega R \text{ и}$$

$$a_{\tau} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon.$$

Нормальна складова прискорення

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R.$$

Таким чином, зв'язок між лінійними (довжина шляху s , пройденого точкою по дузі кола радіусу R , лінійна швидкість v , тангенціальне прискорення a_{τ} , нормальне прискорення a_n) і кутовими величинами (кут повороту φ , кутова швидкість ω , кутове прискорення ε) виражається наступними формулами:

$$s = R\varphi, \quad v = R\omega, \quad a_{\tau} = R\varepsilon, \quad a_n = \omega^2 R.$$

У разі рівнозмінного руху точки по колу ($\varepsilon = \text{const}$)

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \quad \varphi = \omega_0 t \pm \varepsilon t^2 / 2,$$

де ω_0 - початкова кутова швидкість.

Контрольні питання

- Що називається матеріальною точкою? Чому в механіці вводять таку модель?
- Що таке система відліку?
- Що таке вектор переміщення? Чи завжди модуль вектора переміщення дорівнює відрізку шляху, пройденого точкою?
- Який рух називається поступальним? обертальним?
- Дати визначення векторів середньої швидкості та середнього прискорення, миттєвої швидкості і миттєвого прискорення. Як вони напрямлені?
- Що характеризує тангенціальна складова прискорення? нормальна складова прискорення? Які їх модулі?
- Чи можливий рух, при якому відсутнє нормальне прискорення? тангенціальне прискорення? Наведіть приклади.
- Що називається кутовою швидкістю? кутовим прискоренням? Як визначаються їх напрямки?
- Який зв'язок між лінійними і кутовими величинами?

Задачі

1.1. Залежність пройденого тілом шляху від часу задається рівнянням $s = A+Bt+Ct^2+Dt^3$ ($C = 0,1 \text{ м/с}^2$, $D = 0,03 \text{ м/с}^3$). Визначити: 1) через який час після початку руху прискорення а тіла дорівнюватиме 2 м/с^2 , 2) середнє прискорення $\langle a \rangle$ тіла за цей проміжок часу. [1) 10 с ; 2) $1,1 \text{ м/с}^2$]

1.2. Нехтуючи опором повітря, визначити кут, під яким тіло кинуте до горизонту, якщо максимальна висота підйому тіла дорівнює $1/4$ дальності його польоту. [45°]

1.3. Колесо радіуса $R = 0,1 \text{ м}$ обертається так, що залежність кутової швидкості від часу задається рівнянням $\omega = 2At+5Bt^4$ ($A=2 \text{ рад/с}^2$ и $B=1 \text{ рад/с}^5$). Визначити повне прискорення точок обода колеса через $t = 1 \text{ с}$ після початку обертання і число оборотів, зроблених колесом за цей час. [$a = 8,5 \text{ м/с}^2$; $N = 0,48$]

1.4. Нормальне прискорення точки, що рухається по колу радіуса $r = 4 \text{ м}$, задається рівнянням $a_n=A+Bt+Ct^2$ ($A=1 \text{ м/с}^2$, $B=6 \text{ м/с}^3$, $C=3 \text{ м/с}^4$). Визначити: 1) тангенціальне прискорення точки; 2) шлях, пройдений точкою за час $t_1 = 5 \text{ с}$ після початку руху; 3) повне прискорення для моменту часу $t_2 = 1 \text{ с}$. [1) 6 м/с^2 ; 2) 85 м ; 3) $6,32 \text{ м/с}^2$]

1.5. Частота обертання колеса при рівносповільненому русі за $t = 1 \text{ хв}$ зменшилася від 300 до 180 хв^{-1} . Визначити: 1) кутове прискорення колеса, 2) число повних обертів, зроблених колесом за цей час. [1) $0,21 \text{ рад/с}^2$; 2) 360]

1.6. Диск радіусом $R = 10 \text{ см}$ обертається навколо нерухомої осі так, що залежність кута повороту радіуса диска від часу задається рівнянням $\varphi=A+Bt+Ct^2+Dt^3$ ($B = 1 \text{ рад/с}$, $C=1 \text{ рад/с}^2$, $D=1 \text{ рад/с}^3$). Визначити для точок на ободі колеса до кінця другої секунди після початку руху: 1) тангенціальне прискорення a_τ , 2) нормальне прискорення a_n ; 3) повне прискорення а. [1) $0,14 \text{ м/с}^2$; 2) $28,9 \text{ м/с}^2$; 3) $28,9 \text{ м/с}^2$].